



5.2.3. Региональная и отраслевая экономика

Научная статья

УДК 336.76

<https://doi.org/10.37493/2307-907X.2025.6.13>

ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЫНКА ПРОИЗВОДНЫХ ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ В АГРАРНОМ СЕКТОРЕ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

Арсений Максимович Лопухин

Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина (д. 23, л. Коммунар, Елец, 399770, Российская Федерация)
ars4044@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-2625-9769>

Аннотация. Введение. Сельское хозяйство относится к высокорисковым отраслям. Очевидно, что выбор правильных статистических методов и моделей имеет ключевое значение для получения достоверных прогнозов и оценки рисков как для инвесторов, так и для производителей. **Цель.** Провести комплексный анализ и классификацию математических методов и моделей, применяемых для прогнозирования рынка ПФИ в аграрном секторе региональной экономики. **Материалы и методы исследований.** Исследование построено на сравнительном анализе информации, отражающей вопросы функционирования и прогнозирования финансовых рынков, а также на общенаучных и специальных методах исследования (метод сравнения, выдвижения и формализации гипотез; методы сопоставления, верификация, валидации, визуализации и интерпретации результатов). **Результаты обсуждения.** Осуществлен детальный анализ статистических методов (регрессионный анализ, модели ARIMA, ARCH, GARCH), моделей ценообразования (BSM-модель, CRR-модель, модель Хестона), методов машинного обучения (модель LSTM, модель Transformer, XGBoost, Random Forest), альтернативных методов (фрактальные методы) для выявления особенностей и подбора наиболее оптимальных алгоритмов прогнозирования ПФИ с учетом различных факторов в аграрном секторе региональной экономики. Для сравнительной характеристики методов были выбраны критерии: цель; преимущества; тип модели; учет трендов, волатильности, сезонности, внешних факторов; гибкость; применение в агросекторе. **Заключение.** Для практического применения прогнозных моделей в аграрном секторе экономики целесообразно использовать гибридный подход, сочетающий методы машинного обучения и фрактальные методы. Более того, необходима адаптация параметров моделей под региональную специфику (например, учет локальных погодных данных). Исследование подтвердило, что выбор метода прогнозирования ПФИ в аграрном секторе должен основываться на комбинации подходов, учитывающей природу данных, горизонт прогнозирования и внешние факторы.

Ключевые слова: региональная экономика, производные финансовые инструменты, зерновой фьючерс, эконометрическое прогнозное моделирование

Для цитирования: Лопухин А. М. Обзор математических методов и моделей для прогнозирования рынка производных финансовых инструментов в аграрном секторе региональной экономики // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. 2025. № 6 (111). С. 120–130. <https://doi.org/10.37493/2307-907X.2025.6.13>

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 17.09.2025;

одобрена после рецензирования 21.10.2025;

принята к публикации 28.10.2025.

Research article

REVIEW OF MATHEMATICAL METHODS AND MODELS FOR FORECASTING THE MARKET OF DERIVATIVE FINANCIAL INSTRUMENTS IN THE AGRICULTURAL SECTOR OF THE REGIONAL ECONOMY

Arseniy M. Lopukhin

Bunin Yelets State University (23, Kommunarov Str., Yelets, 399770, Russian Federation)
ars4044@mail.ru; <https://orcid.org/0000-0003-2625-9769>

Abstract. Introduction. Agriculture is a high-risk industry. Choosing the right statistical methods and models is obviously the key to obtaining reliable forecasts and assessing risks for both investors and producers. **Goal.** The study aims to conduct a comprehensive analysis and classification of mathematical methods and models used to forecast the PFI market in the agricultural sector of the regional economy. **Materials and methods of research.** The research is based on a comparative analysis of information reflecting the functioning and forecasting of financial markets, as well as on general scientific and special research methods (the method of comparison, hypothesis formulation and formalization; methods of comparison, verification, validation, visualization and interpretation of results).

Results. A detailed analysis of statistical methods (regression analysis, ARIMA, ARCH, GARCH models), pricing models (BSM model, CRR model, Heston model), machine learning methods (LSTM model, Transformer model, XGBoost, Random Forest), alternative methods (fractal methods) was carried out to identify features and select the most optimal algorithms for forecasting PFI, taking into account various factors in the agricultural sector of the regional economy. For a comparative description of the methods, the following criteria were selected: purpose; advantages;

model type; taking into account trends, volatility, seasonality, external factors; flexibility; application in the agricultural sector. **Conclusion.** For the practical application of forecast models in the agricultural sector of the economy, it is advisable to use a hybrid approach that combines machine learning and fractal methods. Moreover, it is necessary to adapt the model parameters to regional specifics (for example, taking into account local weather data). The study confirmed that the choice of a method for forecasting derivatives in the agricultural sector should be based on a combination of approaches that take into account the nature of the data, the forecast horizon and external factors.

Keywords: regional economy, derivative financial instruments, grain futures, econometric forecast modeling

For citation: Lopukhin AM. Review of Mathematical Methods and Models for Forecasting the Market of Derivative Financial Instruments in the Agricultural Sector of the Regional Economy. Newsletter of North-Caucasus Federal University. 2025;6(111):120-130. (In Russ.). <https://doi.org/10.37493/2307-907X.2025.6.13>

Conflict of interest: the author declares no conflicts of interests.

The article was submitted 17.09.2025;

approved after reviewing 21.10.2025;

accepted for publication 28.10.2025.

Введение / Introduction. Финансовые рынки постоянно эволюционируют, в связи с чем применение математических методов для их анализа и прогнозирования становится все более актуальной задачей, особенно для аграрного сектора, который подвержен множеству факторов, влияющих на его динамику. В последние годы рынок производных финансовых инструментов (ПФИ) в аграрной экономике привлекает внимание как инвесторов, так и исследователей. В данном контексте выбор правильных математических методов и моделей имеет ключевое значение для получения достоверных прогнозов и оценки рисков.

Прогнозирование в аграрном секторе является важным методом при принятии управленческих решений и для производителей, и для инвесторов. Оно позволяет оценить рыночные тенденции, планировать объемы производства, управлять рисками, связанными с колебаниями цен. Учитывая специфические особенности аграрного сектора: сезонность, метеорологические изменения и другие факторы, – математические модели могут существенно повысить точность прогнозов.

Теоретические исследования ПФИ обычно связаны с разработкой моделей свойств временного ряда базовых финансовых переменных и определением соответствующих премий за риск, таких как процентная ставка, волатильность и риск скачка, которые напрямую не оцениваются другими торгуемыми активами. Эти «объективные» модели временного ряда и рискованной премии подразумевают связанную «нейтральную к риску» меру вероятности, которая может использоваться для оценки любого производного инструмента по ожидаемой дисконтированной стоимости его будущей выплаты. Существует два основных подхода к изучению моделей ценообразования ПФИ: оценивание на основе анализа временных рядов [3; 5; 6] и изучение конкретных прогнозов, обусловленных информацией, выведенной из поперечного сечения цен производных инструментов [2; 4; 7]. Последний подход был более распространенным, особенно для моделей со скрытыми переменными, такими как стохастическая волатильность.

В теории и практике прогнозирования рынка ПФИ остаются актуальными вопросы моделирования динамики базовых активов (например, как точно моделировать взаимосвязь между случайными колебаниями краткосрочных ставок, формой кривой доходности и ценами облигаций [8; 16]); оценки и прогнозирования волатильности; прогнозирования ликвидности и рыночных дисбалансов (например, как изменение ликвидности влияет на цены ПФИ); применения методов машинного обучения и поиска альтернативных методов и подходов к разработке прогнозных моделей.

Цель исследования заключается в проведении комплексного анализа и классификации математических методов и моделей, применяемых для прогнозирования рынка ПФИ в аграрном секторе региональной экономики.

Материалы и методы исследований / Materials and methods of research. Методологическую основу исследования составили научные труды отечественных и зарубежных экономистов, посвященные вопросам функционирования и прогнозирования финансовых рынков и инструментов в целом, которые внесли значимый вклад в развитие прогнозно-плановой экономической науки. Для достижения поставленной цели применялись общенаучные методы исследования: анализ научных источников, метод сравнения, выдвижения и формализации гипотез. При анализе эффективности использования методов прогнозирования применялись методы сопоставления, верификации и валидации, визуализации и интерпретации. Метод логики и обобщения применялся при разработке выводов по результатам исследования.

Результаты исследований / Research results. Для прогнозирования рынка ПФИ в аграрной экономике применяют различные математические методы. Проанализируем основные из них.

1. Статистические методы и модели

Регрессионный анализ – это метод, применяемый для моделирования и анализа взаимосвязей между зависимой переменной (целью) и одной или несколькими независимыми переменными (пре-

дикторами), т. е. метод позволяет выявлять зависимости между различными экономическими показателями и ценами на производные финансовые инструменты. Отдельные показатели регрессионного анализа определяют характер и силу взаимосвязи между двумя переменными. Например, можно проанализировать, как изменение цен на зерно влияет на стоимость фьючерсных контрактов. Эта методика позволяет строить предсказательные модели и делать выводы о возможных ценовых колебаниях. Таким образом, метод помогает прогнозировать результаты, выявлять тенденции и понимать, как взаимодействуют переменные.

Регрессионная модель – это многомерная модель, в которой переменные объясняются и прогнозируются на основе собственной истории со связанными переменными [27]:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0; \sigma^2),$$

где Y_t – цена или доходность фьючерса на аграрный товар (пшеница, кукуруза, соя и т. д.); X_t – фактор, влияющий на цену фьючерса. Параметры β_0 и β_1 оцениваются методом наименьших квадратов.

Регрессионная модель может применяться для прогнозирования цен (предсказывать будущие цены ПФИ на основе текущих значений X_t), хеджирования рисков (оценка связи между ценой базового актива и производного инструмента помогает в управлении рисками); выбора арбитражной стратегии (выявление недооцененных или переоцененных ПФИ). К ограничениям модели следует отнести такие как: невозможность для линейной модели учитывать нелинейные зависимости (например, сезонность, волатильность); модель требует стационарности данных (рекомендуется взять логарифмы или разности); риск ложной регрессии.

Анализ временных рядов занимает важное место в прогнозировании ПФИ. Метод позволяет изучить данные за определенный период времени, выявляя тренды и сезонные колебания. В аграрной экономике, где цены на продукцию могут значительно различаться в зависимости от времени года, использование анализа временных рядов дает хорошую точность прогнозов. Рассмотрим ключевые методы анализа временных рядов.

ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) – статистическая модель для анализа и прогнозирования временных рядов, в частности, для прогноза фьючерсов на краткосрочный период [13], для прогнозирования урожайности [20], цены на сельхозпродукцию [10; 21; 24], а также спроса на удобрения, семена, технику для эффективного управления запасами. В сельскохозяйственном секторе модель ARIMA впервые была продемонстрирована на примере прогноза цен на рис, рагу и кукурузу в Карнатаке в 2016 г. В ходе исследования К. Сукаяня, С. Бабу [24] была обнаружена средняя ошибка в 14 %, что выявило способность модели ARIMA прогнозировать сложную динамику цен на основе годовых изменений в различных условиях.

Модель ARIMA имеет вид

$$(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p)(1 - L)^d Y_t = c + (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t,$$

где Y_t – значение временного ряда в момент времени t ; L – лаговый оператор; ϕ_j – коэффициенты авторегрессии (показывают влияние прошлых значений ряда на текущее); θ_j – коэффициенты скользящего среднего (отражают влияние прошлых ошибок прогноза на текущее значение); d – порядок дифференцирования; ε_t – белый шум (ошибка модели).

К основным ограничениям модели следует отнести: наличие стационарности данных; чувствительность модели к статистическим выбросам; частичное отражение закономерностей временного ряда и его характеристик.

Исследователями была выявлена закономерность группировки малых и больших значений уровней финансового ряда в кластеры. Впервые такой эффект кластеризации волатильности был отмечен Б. Мандельбротом в 1963 г. [18]. Однако гипотеза о постоянстве условной дисперсии (гомоскедастичности) для больших временных интервалов не противоречила данным. В связи с этим был получен класс моделей временных рядов, для которых учитывалось изменение дисперсии – модели волатильности (степень вариабельности цены во времени). К таким моделям можно отнести модели ARCH и GARCH.

Модель ARCH описывает условную дисперсию (волатильность) как функцию квадратов прошлых ошибок и имеет вид (авт. Р. Энгл)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2,$$

где σ_t^2 – условная дисперсия (волатильность) в момент времени t ; ε_t – случайные ошибки; α_0 – базовая волатильность при отсутствии шоков; α_i – влияние прошлых шоков на волатильность; q – порядок модели.

В агросекторе региональной экономики модель ARCH применяется для прогнозирования волатильности цен на сельхозтовары; оценки рисков для фьючерсов и опционов (хеджирование ценовых рисков; оптимизация стратегий торговли деривативами); учета сезонности и внешних шоков.

Модель GARCH (Generalized ARCH) позволяет измерить кластеризацию волатильности на финансовых рынках (периоды высокой и низкой дисперсии). Это модель с обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичностью и применяется для оценки рисков опционов на аграрные товары, которая имеет вид (авт. Т. П. Боллерслев):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

где σ_t^2 – волатильность в момент времени t ; ε_t – ошибки; α_0 – базовая волатильность при отсутствии шоков; α_i – влияние прошлых шоков; β_j – влияние прошлой дисперсии на текущую.

В агросекторе экономики данные модели нашли широкое применение для прогнозирования волатильности цен на сельхозпродукцию (при оценке рисков ценовых скачков на пшеницу, кукурузу, сою из-за спроса, погоды, политики), управления рисками в агробизнесе, оценки вероятности экстремальных событий (например, падение цен из-за перепроизводства), оптимизации страховых продуктов.

К недостаткам данных моделей можно отнести следующие факторы: модели исходят из одинакового эффекта для положительных и отрицательных шоков волатильности; модели не предлагают нового понимания источника вариаций финансового временного ряда, механически описывают условную дисперсию; излишняя предсказательность волатильности (модели медленно откликаются на крупные изолированные шоки).

Таблица 1 / Table 1

Сравнительный анализ статистических методов / Comparative analysis of statistical methods

Критерии	Регрессия	ARIMA	ARCH	GARCH
Цель	прогноз цен на основе фундаментальных факторов	прогноз временных рядов цен	прогноз волатильности	прогноз волатильности
Учет трендов	да (явно)	да (через дифференцирование)	нет (работает с остатками от модели)	нет
Учет сезонности	нет	да	нет	нет
Учет волатильности	нет	нет	да – оценка рисков опционов на сою (не учитывает долгосрочной памяти волатильности)	да – волатильность фьючерсов на кофе, зерно (учет долгосрочных эффектов)
Учет внешних факторов	да (индекс Эль-Ниньо)	нет	нет	нет
Гибкость	низкая	средняя (можно комбинировать с регрессией)	средняя (можно комбинировать с GARCH)	высокая (ARIMA – GARCH, LSTM – GARCH, LSTM – GARCH)
Сценарий применения	фундаментальный анализ	прогноз направления цены	риск-менеджмент (оценка рисков скачков волатильности)	риск-менеджмент

*Источник: составлено автором / Source: compiled by the author

2. Модели ценообразования опционов

Формула Блэка – Шоулза (BSM-модель). В конце 1960-х и начале 1970-х гг. торговля опционами набирала популярность, но отсутствовал надежный метод точного определения цен на опционы. Трейдеры полагались на интуицию или базовые приближения, что часто приводило к непоследовательным и рискованным решениям. В 1973 г. Фишер Блэк и Майрон Шоулз предложили новаторскую работу, которая основывалась на теории рационального ценообразования опционов [9]. Позднее Роберт Мертон усовершенствовал данную модель, поэтому ее часто называют моделью Блэка – Шоулза – Мертона. После публикации результатов исследования отрасль быстро поддержала предложенный учеными метод, что ускорило развитие современных опционных бирж, таких как, например, Чикаг-

ская биржа опционов (открылась в 1973 г.). BSM-модель изначально разработана для опционов на акции, но её можно адаптировать к аграрным деривативам (фьючерсам, опционам на сельхозтовары: пшеницу, кукурузу, сою и т. д.) с учётом следующей специфики: нормального распределения цен; отсутствия арбитража; безрисковой процентной ставки (r); эффективного рынка модели, когда рынок мгновенно отражает всю доступную информацию в ценах, отсутствуют арбитражные возможности; постоянной волатильности цены; отсутствия транзакционных издержек или налогов.

В связи с изложенным модель Блэка – Шоулза может применяться в аграрном секторе, но только с серьёзными корректировками: заменой постоянной волатильности на динамическую; учётом транзакционных издержек и удобной доходности; использованием фьючерсных цен; использованием скорректированной безрисковой ставки. Формула Блэка – Шоулза вычисляет текущую стоимость цены фьючерса, объединяя вероятности с расчетами текущей стоимости. Она основана на таких входных данных, как цена акций, цена исполнения, время до истечения срока, волатильность и процентная ставка:

$$C = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2);$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

где C – цена колл-опциона; S_0 – текущая цена фьючерса на с/х товар (например, пшеницу); K – страйк-цена (например, минимальная гарантированная цена за тонну); r – безрисковая ставка; T – время доисполнения (до сбора урожая); σ – волатильность, зависящая от погодных рисков, геополитики, данных по урожаю. По формуле Блэка – Шоулза фермер оценивает справедливую премию опциона. Если рыночная цена опциона ниже расчётной, то хеджирование выгодно.

Таким образом, модель Блэка – Шоулза в аграрной экономике полезна для оценки опционов, но требует адаптации параметров (особенно волатильности и стоимости хранения), что позволит минимизировать риски фермеров, трейдеров и инвесторов на волатильных аграрных рынках.

Биномиальная модель (Кокса – Росса – Рубинштейна, CRR-модель) является примером дискретной модели ценообразования опционов, рассчитанная с использованием метода N-итераций «дискретного времени» для аппроксимации формулы Блэка – Шоулза в замкнутом цикле. Модель была опубликована в 1979 г. в статье Кокса, Росса и Рубинштейна «Ценообразование опционов: упрощенный подход» [12].

Основу модели составляет метод биномиального дерева, который применяется для моделирования распространения цены акций во времени к набору возможностей на дату истечения срока действия на основе волатильности акций. Данная модель может быть адаптирована для анализа рисков и доходности в аграрном секторе. CRR-модель можно применять для оценки реальных опционов в агробизнесе, например, опцион на отсрочку посадки / сбора урожая, опцион на выбор между разными культурами, опцион на хеджирование ценовых рисков (фьючерсы, опционы на зерно и т. д.).

В аграрном секторе цены на продукцию (пшеница, кукуруза, соя) и затраты (удобрения, топливо) подвержены волатильности. CRR-модель позволяет смоделировать биномиальное дерево цен, учитывая: u (up-factor), $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ – возможный рост цены; down-factor $d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$ – возможное падение цены; p – вероятность роста (зависит от рыночных условий), где $p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$.

Цена опциона вычисляется по формуле

$$C_t = \max(S_t - K, e^{-r\Delta t} [pC_{t+1}^u + (1-p)C_{t+1}^d]).$$

Достоинства модели состоят в простоте и наглядности (дискретное биномиальное дерево), гибкости (можно учесть сезонные колебания цен, государственные субсидии, погодные риски). К недостаткам модели следует отнести требования к точной оценке волатильности и корреляции с другими факторами (например, курс валют, стоимость топлива), а также ограничения по нормальному распределению цены на аграрные культуры.

Модель Хестона. В 1990-е гг. появилось несколько важных разработок, которые способствовали более глубокому эмпирическому изучению альтернативных моделей ценообразования опционов. Наиболее важным был подход инверсии Фурье к ценообразованию опционов Стайна [23] и Хестона [15]. Модель Хестона – это стохастическая модель, используемая для оценки опционов, учитывающая изменчивость (волатильность) цены базового актива [4]. В отличие от модели Блэка – Шоулза, где волатильность постоянна, модель Хестона позволяет ей меняться со временем по стохастическому процессу. Модель Хестона нашла свое важное применение также в сельском хозяйстве для ценообразования опционов на сельхозтовары (пшеница, кукуруза, соя), анализа и управления рисками для

фермеров и трейдеров (хеджирование ценовых рисков через деривативы, прогнозирование вероятности резких скачков цен), моделирования динамики цен активов с изменяющейся волатильностью (например, при засухах или эмбарго), для анализа фьючерсных рынков.

Модель описывается системой стохастических дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} dS_t = \mu S_t dt + S_t \sqrt{V_t} dW_t^1 \\ dV_t = k(\theta - V_t)dt + \sigma \sqrt{V_t} dW_t^2, \\ dW_t^1 dW_t^2 = \rho dt \end{cases}$$

где S_t , V_t – цена и волатильность соответственно базового актива (например, фьючерса на сельхозпродукцию); $dW_t^1 dW_t^2$ – случайные броуновские процессы (винеровские процессы); θ – долгосрочная средняя волатильность; σ – среднее квадратичное отклонение волатильности; μ – средняя доходность актива (безрисковая ставка); ρ – корреляция между движением цены и волатильностью.

Таблица 2 / Table 2

Сравнительный анализ моделей ценообразования / Comparative analysis of pricing models

Критерий	BSM-модель	CRR-модель	Модель Хестона
Цель	Цена опционов (европейские)	Цена опционов (американские)	Цена опционов + стохастическая волатильность
Тип модели	аналитическая	дерево решений	стохастическая
Волатильность	постоянная	дискретная	стохастическая
Гибкость	только для логнормальных цен	для любых деревьев	для сложных рынков
Сложность	низкая	средняя	высокая
Применение	оценка опционов на стабильных рынках	оценка американских опционов на сельхозтовары (фьючерсы на кукурузу).	оценка опционов на нефть, кофе, зерно: моделирование динамики цен активов с изменяющейся волатильностью; анализ фьючерсных рынков

*Источник: составлено автором / Source: compiled by the author

3. Модели машинного обучения.

Сложности, присущие прогнозированию финансовых временных рядов, требуют применения передовых методов моделирования для получения надежных прогнозов. С развитием технологий машинного обучения все большее внимание стало уделяться методам машинного обучения. Они предлагают новые возможности для анализа больших объемов данных и создания более точных прогнозов, например, для прогнозирования цен с учётом погодных данных для предсказания урожайности по спутниковым снимкам [17; 27]. Методы машинного обучения активно применяются для прогнозирования цен и волатильности на рынке ПФИ сельхозпродукции, позволяя учитывать сложные нелинейные зависимости, которые трудно моделировать посредством классических моделей (например, Black – Scholes или GARCH). Нейронные сети, представляя собой сложные математические модели (RNN, LSTM, CNN, Transformers), способны обрабатывать множественные входные данные и выявлять скрытые зависимости. Это особенно полезно в аграрном секторе, где комплекс факторов влияет на цену товара.

Модель LSTM (Long Short-Term Memory) – усовершенствованная модель рекуррентной нейронной сети (RNN), отличающаяся рекуррентными связями в архитектуре скрытых слоёв и специально разработанная для работы с временными рядами и долгосрочными зависимостями. Эта уникальная конструкция включает механизм обратной связи, охватывающий несколько слоёв, что делает её особенно эффективной при моделировании нелинейных временных зависимостей, обнаруживаемых во временных рядах. Данная модель не только обладает способностью анализировать временные ряды с большим диапазоном предсказания, но и способна решать проблемы, связанные с отсутствием градиентов в данных. Мориц и Циммерманн [19] доказали превосходство модели LSTM, которая позволяет улавливать нелинейные закономерности и динамику. В ценовом прогнозировании данные могут быть большими и преимущественно нелинейными. В контексте финансовых рынков, особенно для сельхозтоваров (пшеница, соя, кофе), LSTM применяется для прогнозирования цен фьючерсов, оценки волатильности (риска), классификации рыночных состояний (например, рост / падение).

Модель *Transformer*, представленная командой Google в 2017 г. [25], ознаменовала собой существенное нововведение в области обработки естественного языка (NLP), но успешно адаптированного для работы с временными рядами, включая финансовые данные. В отличие от традиционных архитектур, основанных на рекуррентных нейронных сетях (RNN), *Transformer* использует механизм внутреннего внимания, который устраняет необходимость последовательной обработки данных. Это нововведение позволяет модели одновременно анализировать входные данные, значительно повышая ее эффективность, а также фиксировать глобальные зависимости в наборе данных.

Модель применяется для прогнозирования цен фьючерсов с учетом глобальных событий (точнее на 15–30 %, чем LSTM для долгосрочных прогнозов), для оценки волатильности, при этом учитывает кросс-корреляцию между разными товарами, поэтому больше подходит для мультифакторного анализа. *Transformer* – это новый стандарт для прогнозирования в агросекторе, особенно при работе с длинными временными рядами, с мультимодальными данными (цены, новости, погода).

Ансамблевые методы (*XGBoost*, *Random Forest*) хорошо работают с нелинейными зависимостями, при этом можно добавлять множественные факторы (урожайность, экспорт, биржевые индексы).

Модель *XGBoost* – один из лучших методов для прогнозирования цен и волатильности в агросекторе на основе алгоритмов машинного обучения, который широко применяется для задач регрессии и классификации. В контексте ПФИ *XGBoost* используется для прогнозирования цен фьючерсов и опционов, оценки волатильности, классификации рыночных трендов. Ансамблевый алгоритм работает с разнородными данными (цены, погода, макростатистика), а также дает интерпретируемые результаты (важность признаков).

Random Forest – ансамблевый алгоритм машинного обучения, который строит множество деревьев решений и объединяет их результаты для повышения точности и устойчивости. Применение алгоритма то же самое, что и у *XGBoost*, но он менее точен, чем *XGBoost* на сложных зависимостях и не учитывает временных зависимостей.

Таблица 3 / Table 3

Сравнительный анализ методов МО / Comparative analysis of ML methods

Критерий	<i>LSTM</i>	<i>Transformers</i>	<i>XGBoost</i>	<i>Random Forest</i>
Тип модели	Рекуррентная нейросеть	Архитектура внимания	Градиентный бустинг	Ансамбль деревьев
Преимущества	работает с долгосрочными зависимостями во временных рядах	ориентирована на длинные последовательности	высокая точность, интерпретируемость	устойчивость к переобучению, работа с пропусками
Производительность и точность	высокая для временных рядов средней сложности	высокая для сложных временных рядов	высокая для табличных данных с высокой точностью	высокая для быстрых и интерпретируемых решений
Скорость обучения	средняя	низкая	очень высокая	высокая
Применение	прогноз цен на основе временных рядов	прогноз цен на основе временных рядов	работа с фундаментальными факторами (погода)	быстрое прототипирование

*Источник: составлено автором / Source: compiled by the author

4. Альтернативные подходы

Большинство финансовых систем полагаются на концепцию эффективного финансового рынка (ЕМН), которая включает формулу Блэка – Шоулза. Однако эти системы имеют недостатки, поскольку основаны на утверждении, что экономические процессы распределены нормально (гауссовские случайные блуждания), что приводит к некоторой неспособности прогнозировать будущую волатильность стоимости рыночной доли. Следовательно, для исправления недостатка требуется новая модель оценки финансовых рисков. Многолетними финансовыми исследования ряда ученых (Л. Башелье, Уоркинг, Кендалл, Р. Н. Эллиотт, Б. Мандельбротта и др.) было установлено, что цены представляются суммой вчерашних цен с некоторым случайным изменением, и что изменения цен независимы, следуя законам случайного блуждания – броуновскому движению. Предложенная новая модель является примером логнормального случайного блуждания и обладает следующими важными свойствами: 1) статистическая стационарность приращений цены; 2) масштабирование цены; 3) независимость изменения цены. Было установлено, что цена бумаг подвержена фрактальному броуновскому движению, а ее доходность следует фрактальному распределению,

характеризующемуся самоподобием и долговременной памятью. В то же время изменение набора информации и временных инвестиционных горизонтов могут повлиять на фрактальные свойства рыночной цены. Поэтому ведущим методом экономико-математического анализа и прогнозирования поведения фьючерсного рынка предложен фрактальный инструмент – *метод R/S анализа*, обладающий наибольшей точностью в отличие от методов анализа и прогнозирования временных рядов, демонстрирующий значительно большую эффективность при прогнозировании будущих цен ПФИ рынка ценных бумаг через показатель Херста [1]. Рассматривая логарифмическую версию уравнения Херста, предложенную М. Гарсиным [14],

$$\log(R/S)_n = \log(c) + H \log(n),$$

можно оценить показатель Херста, построив график зависимости $\log(R/S)$ от $\log(n)$ и найдя градиент с помощью метода наименьших квадратов.

В исследовании [11] проанализировано несколько основных способов вычисления показателя Херста:

1) фрактальная размерность (D): метод, который вычисляет фрактальную размерность и использует уравнение ($B = 2 - H$) для получения значения показателя Херста. Среди возможных методов вычисления фрактальной размерности заданного временного ряда существует метод подсчета ячеек (или метод Минковского – Булигана);

2) эмпирический Херст (H): метод использует более простую версию R/S-анализа, в котором не вычисляются подпериоды, а показатель Херста вычисляется через соотношение

$$H = \ln(R/S) / \ln(n),$$

где $(R/S)_n$ – нормированный размах для ряда длины n , C – корректирующая константа, зависящая от свойств ряда, n – длина временного окна анализа;

3) скорректированный Херст (H_{rs}) есть усовершенствованная версия классического R/S-анализа, разработанная для более точной оценки персистентности временных рядов, особенно в условиях нестабильной волатильности, коротких временных рядов:

$$H_{rs} = \frac{\ln(R/S)_n - \ln C}{\ln(n)},$$

где $(R/S)_n$ – нормированный размах для ряда длины n ; C – корректирующая константа, зависящая от свойств ряда; n – длина временного окна анализа. В статье [1] приведена пошаговая методология применения R/S-анализа к данным фондового рынка для вычисления данного показателя;

4) скорректированный эмпирический Херст (H_{ed}) представляет собой наиболее точный способ вычисления показателя Херста, который исходит из эмпирического Херста, учитывает ожидаемый размах R/S и устраняет систематические ошибки при оценке персистентности временных рядов с помощью формулы

$$H_{ed} = \frac{0.5 - H_{emp}}{n^{0.57}}.$$

К недостаткам данного метода можно отнести: сложность расчетов; необходимость больших объемов данных, зависимость от внешних факторов.

Таблица 4 / Table 4

Сравнительный анализ методов эффективного, фрактального финансового рынков и моделей ценообразования / Comparative Analysis of Efficient, Fractal Financial Markets and Pricing Models

Критерий	Методы эффективного финансового рынка (регрессионный анализ, методы анализа временных рядов)	Модели ценообразования опционов (например, BSM)	Методы фрактального финансового рынка
Природа рынка	линейный, рациональный	линейный, рациональный	нелинейный, хаотический
Распределение цен	гауссовское распределение	гауссовское распределение цен	«тяжелые хвосты»
Память рынка	нет	нет	есть
Волатильность	постоянная	постоянная (BSM) или стохастическая (Хестон)	мультифрактальность
Прогнозируемость	краткосрочный прогноз невозможен	вероятностная	долгосрочные тренды (R/S анализ)
Применимость к агро-рынкам	только в стабильных условиях	только в стабильных условиях	в условиях нестабильности

*Источник: составлено автором / Source: compiled by the author

Заключение / Conclusion. Выбор математических методов и моделей для прогнозирования рынка ПФИ в аграрной экономике – задача многогранная и требует комплексного подхода. Основные результаты и выводы по применению прогнозного моделирования в аграрном секторе региональной экономики можно сформулировать следующим образом:

- статистические методы продемонстрировали эффективность в моделировании временных рядов с учетом волатильности, однако их точность снижается при наличии нелинейных зависимостей и структурных изменений в данных;
- модели ценообразования опционов подтвердили свою применимость для оценки ПФИ в условиях аграрного рынка, однако требуют адаптации к факторам сезонности и внешних шоков;
- методы машинного обучения продемонстрировали высокую точность в прогнозировании сложных нелинейных зависимостей, в обработке больших объемов данных;
- методы фрактального анализа выявили наличие долгосрочных зависимостей и кластеризации волатильности, что важно для управления рисками в аграрном секторе.

Однако оптимальный алгоритм прогнозирования рынка деривативов должен комбинировать несколько подходов, к примеру, для краткосрочных прогнозов применять модели LSTM / Transformer в сочетании с GARCH (учет временных зависимостей и волатильности), для среднесрочных оценок – модели BSM / Хестона и методы глубокого обучения LSTM / Transformers (первые делают базовую оценки, вторые – улучшают прогноз), для долгосрочного анализа перспективным видится применение фрактальных методов в сочетании с регрессионными моделями (фракталы решают задачу учета рыночной памяти и нелинейности, а регрессия добавляет прогностическую силу и учитывает внешние факторы).

Среди перспективных направлений следует выделить сочетание методов машинного обучения с фрактальными моделями, позволяющее учитывать как сложные нелинейные зависимости в данных, так и масштабно-инвариантные закономерности. Комбинация данных методов предоставит возможности для более глубокого анализа цен в зависимости от множества факторов, для более точного прогнозного моделирования ПФИ агросектора за счет учета сложных нелинейных зависимостей и скрытых структур данных. Данное направление особенно актуально для регионов с высокой волатильностью экономических и природных факторов. Оптимизация и постоянное обновление моделей, а также учёт различных аспектов рынка помогут не только в научной деятельности, но и в практической реализации рекомендаций для аграрного бизнеса для инвесторов и трейдеров.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Гладких М. О., Лопухин А. М. Разработка модели прогнозирования рынка производных финансовых инструментов в аграрном секторе региональной экономики с применением фрактального подхода // Современная экономика: проблемы и решения. 2024. № 10(178). С. 25–39.
2. Гасымлы Ш. Ш. Применение математических моделей в количественном анализе финансовых рынков // Инновации и инвестиции. 2023. № 6. С. 320–322.
3. Гайдук В. И., Микитаева И. Р. Прогнозирование развития регионального зернового рынка // Научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2016. № 120. С. 1047–1066.
4. Насонов А. Н., Баранов В. П. Исследование модели Хестона со стохастической волатильностью в рамках расчета справедливой стоимости опционов // Научные исследования и разработки. Экономика. 2016. № 4. С. 33–36.
5. Никитенко Е. Г. Обоснование прогнозных сценариев развития зернового производства: дис. ... канд. экон. наук. Ставропольский государственный аграрный университет, 2012.
6. Парфенова В. Е. Интеллектуальный анализ временных рядов показателей аграрного производства // Инновации. 2020. № 7(261). С. 51–56.
7. Соловьев Ю. П., Барбаумов В. Е., Абубакиров Т. А. Методы оценки производных финансовых инструментов при стохастической волатильности базовых активов (обзор) // Концепции. 2015. № 1(33). С. 34–39.
8. Bates D. S. Empirical Option Pricing: A Retrospection // Journal of Econometrics. 2003. Vol. 116(1-2). P. 387–404. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(03\)00113-1](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(03)00113-1)
9. Black F. & Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities // Journal of Political Economy. 1973. Vol. 81(3). P. 637–654. <https://doi.org/10.1086/260062>
10. Chen L., Wang M. Forecasting volatility with support vector machine-based GARCH model // Journal of Forecasting. 2009. Vol. 4. P. 406–433. <https://doi.org/10.1002/for.1134>
11. Corazza M., Messana A. The Fractal Market Theory and its application in a trading system. Università Ca' Foscari Venezia. 2020. URL: <https://hdl.handle.net/20.500.14247/4023>
12. Cox J. C., Ross S. A., Rubinstein M. Option Pricing: A Simplified Approach // Journal of Financial Economics. 1979. No. 7(3). P. 229–263. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(79\)90015-1](https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1)

13. Fernandez E., Lee K. Risk Analysis Model and Agricultural Derivative Market USE // Independent Journal of Management & Production. 2021. No. 12(8). P. 2508-2534.
14. Garcin M. Fractal analysis of the multifractality of foreign exchange rates // Math Meth Econ Fin. 2020. No. 13–14. P. 49–73
15. Heston S. L. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options // Review of Financial Studies. 1993. No. 6. P. 327-344
16. Hull J. C. Options, Futures and Other Derivatives. Harlow: Pearson Education, 2021. 880 p.
17. Kabir M. R., Bhadra D., Ridoy M., & Milanova M. LSTM–Transformer-Based Robust Hybrid Deep Learning Model for Financial Time Series Forecasting // Sci. 2025. No. 7(1) P. 7. <https://doi.org/10.3390/sci7010007>
18. Mandelbrot B. B. Three fractal models in finance: Discontinuity, concentration, risk // Economic Notes. 1997. No. 26(2). P. 171-212
19. Moritz B., Zimmermann T. Tree-Based Conditional Portfolio Sorts: The Relation between Past and Future Stock Returns. 2016. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2740751>
20. Ndiritu A., Odhiambo P. Developing a Hybrid ARIMA-XGBOOST Model for Analysing Mobile Money Transaction Data in Kenya // Asian Journal of Probability and Statistics. 2024. No. 26(10). P. 108-126. <https://doi.org/10.9734/ajpas/2024/v26i10662>
21. Ramos K. G., Ativo I. J. O. Forecasting Monthly Prices of Selected Agricultural Commodities in The Philippines Using ARIMA Model // International Journal of Research Publication and Reviews. 2023. No. 4(1). P. 1983-1993.
22. Stergiou K. I. Modeling and forecasting the fishery for pilchards (*Sardina pilchardus*) in Greek waters using ARIMA time-series models // ICES Journal of Marine Science. 1989. No. 46(1). P. 16-23.
23. Stein J. C. Overreactions in the options market // Journal of Finance. 1989. No. 44. P. 1011-1023.
24. Sukanya K., Babu Sk K. An ARIMA model approach for predicting wheat production in India and China // Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences. 2024. No. 43(2). P. 383-390.
25. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A.N., Kaiser L., Polosukhin I. Attention Is All You Need. In 31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2017). Long Beach, CA, USA, 2017.
26. Wilmott P. Paul Wilmott on Quantitative Finance. John Wiley & Sons Limited; 2006. 1488 p.
27. Wooldridge J. M. Introductory Econometrics: A Modern Approach. Cengage Learning; 2020. 586 p.

REFERENCES

1. Gladkikh MO, Lopukhin AM. Development of a model for forecasting the market of derivative financial instruments in the agricultural sector of the regional economy using a fractal approach. Modern Economy: Problems and Solutions. 2024;10(178):25-39. (In Russ.)
2. Gasimly ShSh. Application of mathematical models in quantitative analysis of financial markets. Innovations and Investments. 2023;(6):320-322. (In Russ.)
3. Gaiduk VI, Mikitaeva IR. Forecasting the development of the regional grain market. Scientific journal of the Kuban State Agrarian University. 2016;(120):1047-1066. (In Russ.)
4. Nasonov AN, Baranov VP. Study of the Heston model with stochastic volatility in the framework of calculating the fair value of options. Research and Development. Economy. 2016;(4):33-36. (In Russ.)
5. Nikitenko EG. Justification of forecast scenarios for the development of grain production: dis. ... cand. sciences. Stavropol State Agrarian University; 2012. (In Russ.)
6. Parfenova VE. Intelligent analysis of time series of agricultural production indicators. Innovations. 2020;7(261):51-56. (In Russ.)
7. Soloviev YuP, Barbaumov VE, Abubakirov TA. Methods for assessing derivative financial instruments with stochastic volatility of underlying assets (review). Concepts. 2015;1(33):34-39. (In Russ.)
8. Bates DS. Empirical Option Pricing: A Retrospection. Journal of Econometrics. 2003;116(1-2):387–404. [https://doi.org/10.1016/S03044076\(03\)-00113-1](https://doi.org/10.1016/S03044076(03)-00113-1)
9. Black F & Scholes M. (). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy. 1973;81(3):637-654. <https://doi.org/10.1086/260062>.
10. Chen L, Wang M. Forecasting volatility with support vector machine-based GARCH model. Journal of Forecasting 2009;(4):406-433. <https://doi.org/10.1002/for.1134>
11. Corazza M, Messina A. The Fractal Market Theory and its application in a trading system. Università Ca' Foscari Venezia. 2020. Available from: <https://hdl.handle.net/20.500.14247/4023>
12. Cox JC, Ross SA, Rubinstein M. Option Pricing: A Simplified Approach. Journal of Financial Economics. 1979;7(3):229-263. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(79\)90015-1](https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1)
13. Fernandez E, Lee K. Risk Analysis Model and Agricultural Derivative Market USE. Independent Journal of Management & Production. 2021;12(8):2508-2534.
14. Garcin M. Fractal analysis of the multifractality of foreign exchange rates. Math Meth Econ Fin. 2020;13(14):49-73.
15. Heston SL. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. Review of Financial Studies. 1993;(6):327-344.
16. Hull JC. Options, Futures and Other Derivatives. Harlow: Pearson Education; 2021. 880 p.

17. Kabir MR, Bhadra D, Ridoy M, & Milanova M. LSTM-Transformer-Based Robust Hybrid Deep Learning Model for Financial Time Series Forecasting. *Sci.* 2025;7(1):7. <https://doi.org/10.3390/sci7010007>
18. Mandelbrot BB. Three fractal models in finance: Discontinuity, concentration, risk. *Economic Notes.* 1997;26(2):171-212.
19. Moritz B, Zimmermann T. Tree-Based Conditional Portfolio Sorts: the Relation between Past and Future Stock Returns. 2016. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2740751>
20. Ndiritu A, Odhiambo P. Developing a Hybrid ARIMA-XGBOOST Model for Analysing Mobile Money Transaction Data in Kenya. *Asian Journal of Probability and Statistics.* 2024;26(10):108-126. <https://doi.org/10.9734/ajpas/2024/v26i10662>
21. Ramos KG, Ativo IJ. Forecasting Monthly Prices of Selected Agricultural Commodities in The Philippines Using ARIMA Model. *International Journal of Research Publication and Reviews.* 2023;4(1):1983-1993.
22. Stergiou KI. Modeling and forecasting the fishery for pilchards (*Sardina pilchardus*) in Greek waters using ARIMA time-series models. *ICES Journal of Marine Science.* 1989;46(1):16-23.
23. Stein JC. Overreactions in the options market. *Journal of Finance.* 1989;44(3):1011-1023.
24. Sukanya K, Babu SkK. An ARIMA model approach for predicting wheat production in India and China. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences.* 2024;43(2):383-390.
25. Vaswani A, Shazeer N, Parmar N, Uszkoreit J, Jones L, Gomez AN, Kaiser L, Polosukhin I. Attention Is All You Need. In *31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2017)*. Long Beach: CA; 2017.
26. Wilmott P. *Paul Wilmott on Quantitative Finance*. John Wiley & Sons Limited; 2006. 1488 p.
27. Wooldridge JM. *Introductory Econometrics: A Modern Approach*. Cengage Learning; 2020. 586 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Арсений Максимович Лопухин – аспирант кафедры экономики и управления им. Н. Г. Нечаева, Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина; Researcher ID: ODM-0493-2025

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Arseniy M. Lopukhin – Postgraduate Student of the Department of Economics and Management named after NG. Nechaev, Bunin Yelets State University; Researcher ID: ODM-0493-2025.