

УДК 621.311

Степанов Александр Сергеевич, Степанов Сергей Александрович

ПОЛЕЗНОЕ СЛЕДСТВИЕ ТЕОРЕМЫ ТЕЛЛЕГЕНА

В работе показано, что следствием теоремы Теллегена для двух режимов пассивной цепи является равенство разностей псевдомощностей на ее входе и выходе. Предложен показатель, характеризующий наличие погрешности измерения входных и выходных режимных параметров цепи и указано на его линейную связь с погрешностью результатов идентификации параметров цепи по данным замеров режимных параметров на входе и выходе. Приведен вид уравнений связи этого показателя с погрешностью идентификации параметров цепи. Использование данного показателя и уравнений его связи с погрешностью идентификации может быть полезно при решении задач обнаружения ошибок измерений и синтеза моделей элементов электрических сетей.

Ключевые слова: электрическая цепь, погрешность, сопротивление.

Aleksandr Stepanov, Sergey Stepanov

THE USEFUL CONSEQUENCE OF THE TELLEGEN'S THEOREM

In this work we have shown that the quality of differences pseudomodels on the input and output of the passive circuit is a consequence of the Tellegen's theorem for the two modes of the passive chain. We proposed measure which characterizes presence of measurement errors of input and output operating parameters of the circuit, and we indicated by its linear relationship with the error of the identification results of the circuit parameters according to the measurement of regime parameters on the input and output. We given the equations of communication of this measure with an accuracy of identification of the circuit parameters. The use of this measure and equations of its connection with the identification error can be useful for solving the tasks of detection of measurement error and of synthesis of the elements' models of electric networks.

Key words: electric circuit, an error, resistance.

Согласно работам [4, 14], теорема Теллегена может быть сформулирована следующим образом: сумма произведений напряжений u_i и токов i_i всех k ветвей графа электрической цепи, удовлетворяющих законам Кирхгофа, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^k u_i i_i = 0. \quad (1)$$

Напряжения и токи в выражении (1) могут быть как скалярными величинами U_i, I_i (с учетом знаков) для цепей постоянного тока, векторными U_i, I_i для цепей переменного тока, так и представленными мгновенными значениями.

При этом в теореме не оговаривается обязательная принадлежность токов и напряжений к одному и тому же режиму, т. е. они могут быть взяты из двух разных режимов.

Отсюда следует правомерность следующей записи

$$\sum_{i=1}^k U_i' I_i'' = \sum_{i=1}^k U_i'' I_i' = 0, \quad (2)$$

в которой напряжения и токи, снабженные одним штрихом, соответствуют одному режиму, а двумя – другому. При этом обязательным условием является соблюдение в обоих режимах цепи законов Кирхгофа.

В частном случае, если токи и напряжения принадлежат одному режиму, то запись теоремы Теллегена соответствует балансу мощности в цепи: сумма выработанной источниками и потребленной потребителями мощности равна нулю. Если же токи соответствуют одному режиму, а напряжения – другому, то их произведения следует называть псевдомощностями [4].

Если рассмотреть простейшую цепь, состоящую из одной ветви (рис. 1), то теорему Теллегена для нее можно записать в следующем виде:

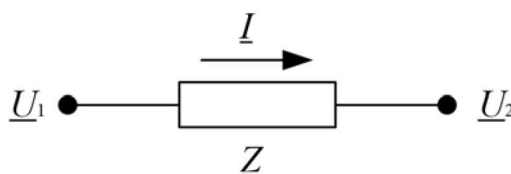


Рис. 1. Схема, состоящая из одной ветви

$$U_1' I'' - U_2' I'' + I' I'' Z = U_1'' I' - U_2'' I' + I'' I' Z, \quad (3)$$

где U_1, U_2 – напряжения на входе и на выходе ветви, I – ток в ветви, Z – полное сопротивление ветви.

Сокращая одинаковые слагаемые $I' I'' Z$ в левой и правой частях уравнения (3), получим

$$U_1' I'' - U_2' I'' = U_1'' I' - U_2'' I'. \quad (4)$$

Здесь следует отметить, что для цепи любой сложности все слагаемые, определяющие псевдомощности на сопротивлении Z

$$U' I'' = U'' I' = I' I'' Z$$

или проводимости Y

$$U' I'' = U'' I' = U' U'' Y$$

будут сокращаться при переходе от уравнений типа (3) к уравнениям типа (4).

Отсюда следует вывод, что для цепей, состоящих из пассивных элементов (сопротивлений и проводимостей) и имеющих N входов и M выходов, справедливо следующее выражение, являющееся следствием теоремы Теллегена:

$$\sum_{i=1}^N U_{\text{вх}i}' I_{\text{вх}i}'' - \sum_{j=1}^M U_{\text{вых}j}' I_{\text{вых}j}'' = \sum_{i=1}^N U_{\text{вх}i}'' I_{\text{вх}i}' - \sum_{j=1}^M U_{\text{вых}j}'' I_{\text{вых}j}'. \quad (5)$$

Это следствие теоремы Теллегена можно сформулировать следующим образом: для двух режимов цепи, состоящей только из пассивных элементов, разности сумм произведений входных и выходных напряжений одного режима на соответствующие токи другого режима равны друг другу. Или же по-другому: для двух режимов пассивной цепи разности псевдомощностей на входе и выходе равны.

Что касается цепей с активными элементами (например, с источниками эдс и тока), изменяющими свои параметры от режима к режиму, то для них условие (5) выполняется не всегда.

Рассмотрим, к примеру, Т-образную схему (рис. 2).

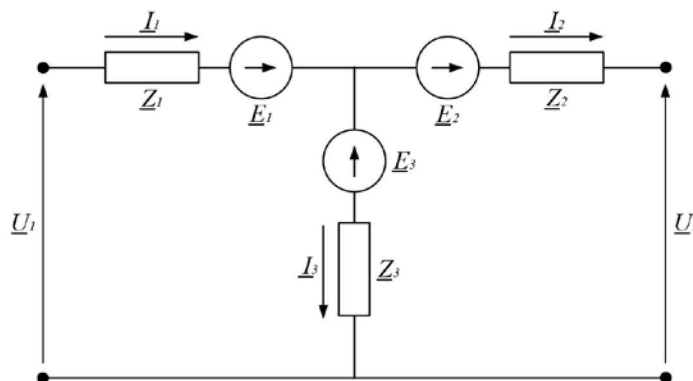


Рис. 2. Т-образная схема

Исходя из условия (2) для этой схемы справедливо выражение

$$\begin{aligned} U_1' I_1'' + E_1' I_1'' - E_3' I_3'' + I_1' I_1'' Z_1 + E_2' I_2'' - U_2' I_2'' + I_2' I_2'' Z_2 + I_3' I_3'' Z_3 = \\ = U_1'' I_1' + E_1'' I_1' - E_3'' I_3' + I_1'' I_1' Z_1 + E_2'' I_2' - U_2'' I_2' + I_2'' I_2' Z_2 + I_3'' I_3' Z_3. \end{aligned}$$

Сокращая одинаковые члены в правой и левой частях уравнения и группируя некоторые слагаемые, получим

$$U_1' I_1'' - U_2' I_2'' + (E_1' I_1'' - E_3' I_3'' + E_2' I_2'') = U_1'' I_1' - U_2'' I_2' + (E_1'' I_1' - E_3'' I_3' + E_2'' I_2').$$

Из последнего выражения видно, что условие (5) в данном случае для активной цепи выполняется только в том случае, если выражения в скобках в левой и правой частях уравнения равны друг другу.

Полученное следствие теоремы Теллегена означает, что вне зависимости от вида самой пассивной цепи параметры на ее входе и выходе должны удовлетворять условию (5). Если условие не выполняется для какой-либо пары режимов, то это может означать, что либо изменилась сама цепь, либо замеры были выполнены с погрешностью.

Следовательно, если цепь считается неизменной, выполнение или невыполнение условия (5) может служить критерием отсутствия или наличия ошибок (погрешностей) в измерениях режимных параметров на ее входах и выходах.

Данное следствие теоремы Теллегена является весьма полезным при решении ряда электротехнических и электроэнергетических задач, в том числе задач обнаружения «плохих» данных измерений [1, 3] и идентификации параметров моделей элементов электрических сетей [2, 8, 9, 10, 13].

Так, при решении первой задачи (обнаружение «плохих» данных) возможно использование следующего показателя, характеризующего наличие погрешности в массивах измерений векторных регистраторов (PMU) [12] и вытекающего из условия соблюдения равенства (5):

$$\alpha = \left| 1 - \frac{V_1}{V_2} \right|, \quad (6)$$

где

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \sum_{i=1}^N U_{\text{вх}i}' I_{\text{вх}i}'' - \sum_{j=1}^M U_{\text{вых}j}' I_{\text{вых}j}'' \\ V_2 &= \sum_{i=1}^N U_{\text{вх}i}'' I_{\text{вх}i}' - \sum_{j=1}^M U_{\text{вых}j}'' I_{\text{вых}j}' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Удобство показателя (6) заключается в том, что он является безразмерной действительной величиной, равной нулю в случае соблюдения законов Кирхгофа и теоремы Теллегена и отличающейся от нуля при наличии погрешности измерения.

В работе [7] был исследован массив данных замеров, полученный с помощью PMU, установленных по концам линии электропередачи (ЛЭП) 750 кВ «Калининская АЭС – подстанция Ленинградская».

Выражения (7) для ЛЭП примут вид

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= U_a' I_a'' - U_b' I_b'' \\ V_2 &= U_a'' I_a' - U_b'' I_b' \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где индексы a и b относятся к разным концам ЛЭП.

Данные о замерах от обоих PMU поступают синхронно каждые 0,02 с. Для пар замеров (первый и второй, второй и третий и т. д.) по выражениям (8) и (6) определялось значение параметра α . Результаты расчетов для ряда замеров представлены на рис. 3. На рисунке явно видно резкое увеличение значения показателя α для определенного периода времени, что свидетельствует о нарушении условий теоремы Теллегена в этот период замеров, т. е. о наличии плохих измерений, появившихся по какой-то причине. Очевидно, что использование данных этих замеров для решения технологических задач (расчет режима, оценивание состояния, идентификация и т. п.) нежелательно.

Еще более информативным является использование показателя α при решении задачи идентификации моделей элементов электроэнергетических систем – ЛЭП и трансформаторов.

Как известно, любые системы измерения и сбора информации обладают погрешностью. Даже такие современные и считающиеся наиболее точными системы как WAMS (системы мониторинга переходных режимов) согласно литературным источникам [6, 11] имеют стандартные погрешности измерений PMU в пределах по току $\varepsilon I = \pm 0,1 \%$, по напряжению $\varepsilon U = \pm 0,1 \%$, по фазе $\varepsilon \varphi = \pm 0,10$.

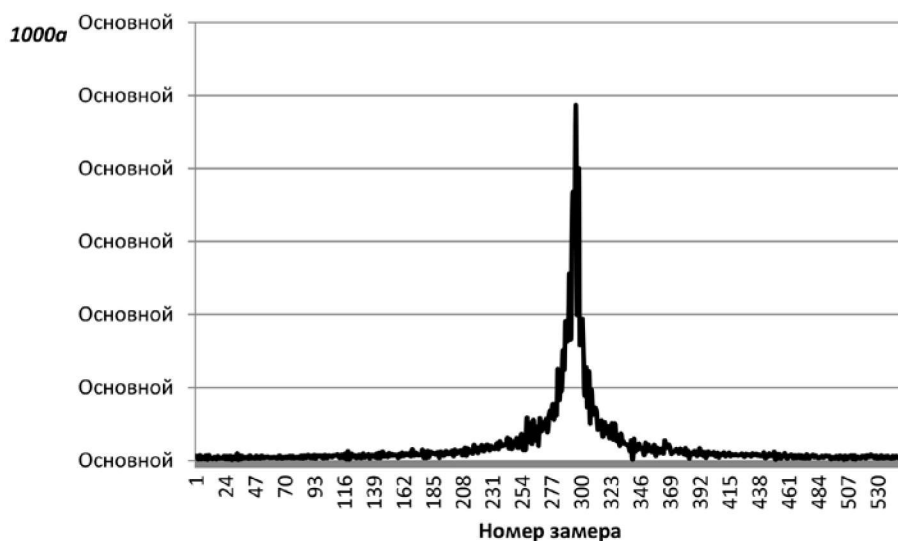


Рис. 3. Значения критерия α для ряда замеров PMU по концам ЛЭП

Как уже отмечалось, нарушение равенства (5) может сигнализировать о том, что измерения каких-либо параметров для одного или сразу для двух режимов на каком-либо элементе электрической сети выполнены неточно. При этом степень неточности (погрешность) измерения будет влиять на величину дисбаланса в выражении (5): очевидно, чем выше погрешность, тем больше правая и левая части выражения будут отличаться друг от друга, т.е. тем больше будет величина показателя α .

Следовательно, если найти уравнение связи между показателем α и погрешностью идентификации того или иного параметра модели элемента электрической сети, то можно заранее, до выполнения самой процедуры идентификации, оценить погрешность результата.

В работе [7] приведены уравнения для определения параметров $V1$ и $V2$, входящих в выражение (6) показателя α , для таких элементов электрических сетей, как ЛЭП, двух- и трехфазных трансформаторов (автотрансформаторов). Там же показано, что зависимости между показателем α и погрешностью Δ в пределах допустимой погрешности идентификации (например, $\pm 10 \%$) носят линейный характер, проходят через начало координат и симметрично отображаются относительно оси абсцисс. Это означает, что они могут быть легко аппроксимированы уравнениями прямых, проходящих через начало координат следующего вида:

$$\Delta = \pm K \cdot \alpha \cdot 1000, \%, \quad (9)$$

где K – некоторый коэффициент, зависящий от свойств элемента электрической сети, модель которого идентифицируется.

По выражениям вида (9), заранее определенным для элементов электрической сети, можно будет оценить значения погрешностей Δ и принять решение о приемлемости идентификации модели элемента с такой погрешностью или отбраковке замеров.

Поскольку в реальных условиях неизвестно, какой из измеренных с помощью PMU параметров режима содержит ошибку (погрешность), целесообразно определять возможный диапазон погрешностей по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{\min} &= K_{\min} \cdot \alpha \cdot 1000, \% \\ \Delta_{\max} &= K_{\max} \cdot \alpha \cdot 1000, \% \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $K_{\min}$ и $K_{\max}$ – наименьшее и наибольшее по модулю значения коэффициента K из всех полученных при задании погрешности входным или выходным значениям токов и напряжений.

Таким образом, на практике, получив от PMU результаты замеров двух режимов, определив по ним значение критерия α и рассчитав по выражениям (10) верхнюю и нижнюю границы диапазона возможных погрешностей, расчетчик будет знать, что результаты идентификации каждого из параметров модели (сопротивлений, проводимостей и коэффициентов трансформации) будут находиться в диапазоне $\pm(\Delta_{\min} \div \Delta_{\max}) \%$.

В качестве примера была рассмотрена ЛЭП напряжением 500 кВ «Ростовская АЭС – Буденновск». Значения коэффициентов K для нее, полученные путем вычислительных экспериментов при задании погрешностей модулям режимных параметров на ее входе и выходе, приведены в таблице.

Таблица

Значения коэффициентов K для ЛЭП 500 кВ

Погрешность	$\Delta R/1000\alpha$	$\Delta X/1000\alpha$	$\Delta G/1000\alpha$	$\Delta B/1000\alpha$
ΔU_a	4,40	0,137	0,162	0,075
ΔU_b	3,97	0,0142	0,008	0,0673
ΔI_a	0,507	0,0637	0,735	0,0637
ΔI_b	0,233	0,076	0,635	0,076

Задача идентификации параметров модели ЛЭП (П-образной схемы замещения [5]) решалась с помощью уравнений, приведенных в работе [13]:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y} &= G + jB = \frac{\underline{I}_a - \underline{I}_b}{\underline{U}_a + \underline{U}_b} \\ \underline{Z} &= R + jX = \frac{\underline{U}_a - \underline{U}_b}{\underline{I}_a - \underline{I}_b} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

В таблице жирным курсивом выделены предельные значения коэффициентов K для каждого параметра схемы замещения: активного R , индуктивного X сопротивлений, активной G и емкостной B проводимостей.

Отсюда следует, что если, например, по результатам двух замеров режимных параметров на входе и выходе ЛЭП, полученных с помощью PMU, и расчета по формулам (8) и (6) найдено значение показателя $\alpha = 0,002$, то согласно выражениям (10), погрешность идентификации активного сопротивления ΔR будет лежать в пределах $\pm (0,466 \div 8,8) \%$, а индуктивного сопротивления ΔX – в пределах $\pm (0,0282 \div 0,274) \%$.

Из данных таблицы также видно, что наиболее чувствительным к погрешности замеров режимных данных являются результаты идентификации активного сопротивления и активной проводимости П-образной схемы замещения ЛЭП.

Литература

1. Бартоломей П. И., Бегалова Е. Н. Разработка методов и алгоритмов обнаружения плохих данных и повышения качества телеметрии в задачах управления энергосистемами // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2008. № 11–12/1. С. 40–49.

2. Бердин А. С., Крючков П. А. Формирование параметров модели ЭЭС для управления электрическими режимами. Екатеринбург: УГТУ, 2000. 107с.
3. Гамм А. З., Колосок И. Н. Обнаружение грубых ошибок телеизмерений в электроэнергетических системах. Новосибирск: Наука, 2000. 152 с.
4. Ерохов И. В., Филаретов В. В. Теорема Зеляха – Теллегена // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международный сборник научных трудов. Ульяновск: УлГТУ, 2008. Вып.6. С. 6–14.
5. Идельчик В. И. Электрические системы и сети. М.: Энергоатомиздат, 1989. 592 с.
6. Коркина Е. С. Развитие методов оценивания состояния ЭЭС на основе интеграции данных SCADA и PMU: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2009. 26 с.
7. Степанов А. С., Степанов С. А., Костюкова С. С. Идентификация параметров моделей элементов электрических сетей на основе теоремы Теллегена // Электротехника. 2016. № 7. С. 8–11.
8. Степанов С. А., Кононов Ю. Г. Развитие методов оперативной идентификации параметров трехобмоточных трансформаторов // Известия вузов. Электромеханика. 2014. № 3. С. 91–93.
9. Суворов А. А. Адаптивная идентификация параметров элементов электрической сети для задач оперативного и противоаварийного управления: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2003. 24 с.
10. Шелюг С. Н. Методы адаптивной идентификации параметров схемы замещения элементов электрической сети: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2000. 23 с.
11. Phadke A. G. Recent Developments in State Estimation with Phasor Measurements / A .G. Phadke, J. S. Thorp, R. F. Nuqui, M. Zhou. IEEE, 2009.
12. IEEE Standard for Synchrophasors for Power System / IEEE Std. C37.118-2005. New York: IEEE, 2006. 57 p.
13. Bartolomey P. I. New Information Technologies for State Estimation of Power Systems With FACTS: / P. I. Bartolomey, S. A. Eroshenko, E. M. Lebedev, A. A. Suvorov: proc. of the International Conference «IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe 2012», October 14–17, 2012. Berlin, Germany.
14. Tellegen B. D. H. A general network theorem, with application // Philips Res. Rept. 1952. Vol. 7.