

5. Богомаз А. В. Алгоритм оценки статистических погрешностей результатов решения обратной радиофизической задачи при наличии шумоподобных помех // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций «РТ-2013»: материалы 9-й междунар. молодёжной научн.-техн. конф., Севастополь, 22–26 апреля 2013 г. 2013. С. 376.
6. Пуляев В. А., Богомаз А. В., Котов Д. В. Способ имитации смеси шумоподобного сигнала и помехи с заданными спектрами: пат. 42311 Украина. u200901462; заявл. 20.02.2009; опубл. 25.06.2009, Бюл. № 12.
7. Dougherty J. P., Farley D. T. A theory of incoherent scattering of radio waves by a plasma // Proc. Roy. Soc. 1960. Vol. A259. P. 79–99.
8. Богомаз А. В. Моделирование случайного сигнала с заданной спектральной плотностью мощности // Вестник НТУ «ХПИ». Автоматика и приборостроение. 2009. № 23. С. 29–32.
9. Пуляев В. А., Сокол Е. И., Богомаз А. В., Белозёров Д. П. Особенности решения прямой задачи рассеяния при расчёте параметров ионосферной плазмы // Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник «Радиотехника». 2010. № 160. С. 280–285.
10. Домнин И. Ф., Котов Д. В., Черногор Л. Ф. Оптимизация определения параметров ионосферной плазмы методом некогерентного рассеяния // Нелинейный мир. 2012. № 6. С. 380–386.
11. Кассандрова О. Н., Лебедев В. В. Обработка результатов наблюдений. М.: «Наука», Главная редакция физ.-мат. литературы, 1970. 104 с.

УДК 001.891.573

Лебедева Инна Викторовна, Лебедев Виктор Иванович

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ, УЧАСТВУЮЩИХ В ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В статье представлены модели развивающихся экономических предприятий с инновационной деятельностью в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений. Рассмотрены регулярный и стохастический типы поведения экономической системы. Обсуждены оптимальные способы управления развитием предприятия с учётом инновационной деятельности.

Ключевые слова: нелинейные синергетические модели, регулярные и стохастические сценарии развития, инновационная деятельность, управление

Lebedeva Inna V., Lebedev Victor I.

MATHEMATICAL MODELS OF FUNCTIONING OF THE ENTERPRISES PARTICIPATING IN THE INNOVATION ACTIVITY

Developing economic enterprise models with innovations in the manner of systems of the nonlinear differential equations are studied. Regular and stochastic behaviors of the economic systems are considered. Optimum ways of development management of enterprises with innovations are discussed.

Key words: economic enterprise synergetic models, regular and stochastic behaviors, development, innovations, management.

При изучении динамики макроэкономических моделей заранее полагают, что эта задача анализа является чрезвычайно сложной. При макроэкономическом анализе динамических процессов используют десятки связанных, зачастую нелинейных дифференциальных уравнений для важных экономических параметров. Это приводит, даже при современной компьютерной технике, к непреодолимым сложностям принципиального характера. Полагается, что в рыночной экономике, предприятия, социально-экономические системы являются открытыми и неравновесными. Обмен энтропией с окружением может приводить к её понижению в экономических системах, что ведёт к структурным изменениям и образованию новых форм организации и функционирования. В структуре поведения систем возникает хаос с последующей самоорганизацией новых оптимальных структур. При этом хаотическое поведение экономических параметров предприятий вблизи точек экономических катастроф зачастую генерируется не стохастическим экзогенным воздействием, а нелинейным характером эндогенных процессов. Такое поведение в нелинейной динамике описывают странными аттрак-

торами. Они могут в дальнейшем развитии превращаться в циклические колебания экономических параметров или показывают стремление фазовых траекторий систем в устойчивые состояния [1, 2, 3].

Изучение социально-экономических процессов и объектов часто связывают с получением численных результатов, например в теории исследования операций, теории игр, в которых вводятся целевая функция, функция выигрыша, функция полезности. Однако, современный социально-экономический анализ, как правило, не приводит к адекватному описанию сложных многопараметрических систем. Принцип оптимальности, широко используемый в большинстве экономико-математических работ, эффективен далеко не всегда, в силу отсутствия или сложности экономических моделей неравновесных, открытых, самоорганизующихся систем. Такие проблемы как автоколебания параметров, наличие у них быстрых изменений и скачков (катастроф) не описываются в моделях с использованием принципов оптимальности [2].

Целями качественной феноменологической теории социально-экономических процессов являются: нахождение простейших моделей описывающих данные системы и процессы в них. Часто эти модели восстанавливаются по динамическим рядам параметров исследуемых систем. Затем следует проведение математического анализа с помощью существующих методов качественного анализа – бифуркационный анализ, теория катастроф, и т. д., выдача рекомендаций для практического применения при управлении системами. Задача качественного анализа является обратной задачей оптимизации, поскольку она делает акцент на получении естественного поведения систем, на исследовании характерных черт всего явления сразу, на прогнозировании явления.

Рассмотрим задачу исследования кооперативных явлений в открытых нелинейных, взаимодействующих, рыночных социально-экономических системах эволюционирующих естественным образом (без целенаправленного или мер оптимизации процессов). Исследуем влияние инновационной деятельности творчески активной части трудовых ресурсов в частных и государственных предприятиях. Рассмотрим известную систему открытой трёхсекторной модели функционирования экономической системы, в которой учтём инновационную деятельность активной части научных работников и менеджеров предприятий в трёх секторах: производственном, характеризуемом выпуском продукции – $x(t)$, имеющим трудовые ресурсы – $y(t)$, располагающим финансовыми ресурсами – $z(t)$ [4]. Творческую активность трудовых ресурсов по созданию новых инновационных технологий будем учитывать функцией $m(t)$, которая даёт удельную характеристику эффективного изменения способов производства. Такой вариант модели открытой трёхсекторной модели функционирования экономической системы описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} dx/dt &= \alpha_1 m + \alpha_2 x m + \alpha_3 m^2 + \alpha_4 x m^2 - \alpha_5 x - \alpha_6 x^2 + \alpha_7 y, \\ dy/dt &= -\beta_1 y + \beta_2 x - \beta_3 x z, \\ dz/dt &= -\gamma_1 z + \gamma_2 x y, \\ dm/dt &= \delta_1 x - \delta_2 m + \delta_3 x^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\alpha_5 x$ и $\alpha_6 x^2$ – непроизводственные расходы системы (личное потребление, социальные нужды), $\alpha_7 y$ – прирост валового продукта, связанный с производительностью труда, $\beta_1 y$ – выбывание трудовых ресурсов в процессе производства, $\beta_2 x$ – изменение трудовых ресурсов, связанное с ростом валового продукта, $\beta_3 x z$ – вовлечение трудовых ресурсов в связи с инвестициями и дополнительным производством товаров, $\gamma_1 z$ – инвестиции в производство, $\gamma_2 x y$ – доход системы, связанный с инвестициями. Параметр $m(t)$ характеризующий эффективность управления предприятием связанную с внедрением инновационных способов производства, меняющийся в интервале $0 < m < 1$ и определяемый относительным количеством принятых на предприятии инноваций, увеличивающих прибыль, описывается последним уравнением в системе (1). Члены уравнений системы (1), связанные с параметром m , характеризуют: $\alpha_4 x m^2$ – увеличение планирования затрат капитала, который используется на проведение научных и инженерных инноваций предприятиями, коэффициент α_2 – характеристика эффективности инновационной деятельности, член $\alpha_2 x m$ – инновационные капитальные вложения в основные фонды. В последнем уравнении системы уравнений (1) член $\delta_1 x$ – отражает увеличение вариантов инновационных производств при увеличении производ-

ства, $\delta_2 m$ – уменьшение числа использованных способов производства, оказавшихся неэффективными, $\delta_3 x^2$ – влияние удачных вложений капитала в инвестиции для разработки новых технологий приносящих прибыль.

Коэффициенты $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$ системы уравнений (1) определяют времена релаксации параметров x, y, z, m в режиме гладкой эволюции к квазиравновесным значениям, определяемым точками пересечения кривых спроса и предложения для трёх рынков – производственного, трудовых ресурсов и финансового. Переход к обезразмеренным параметрам в системе уравнений (1) при определённых значениях коэффициентов системы уравнений приводит к модели Лоренца. Модель представляет собой уравнения для параметра порядка – обезразмеренной производственной функции, сопряжённого ему поля и параметра внешних воздействий или управляющего экзогенного параметра [4]. Это означает наличие в системе уравнений (1) решений типа динамического хаотического поведения экономических систем или странных аттракторов.

Рассмотрим механизмы, стабилизирующие хаотическое или неустойчивое поведение экономических систем. В случае, когда параметр внешнего воздействия больше критического значения, в минимуме функции Ляпунова система уравнений (1) имеет ненулевой параметр порядка – производственную функцию. В закритическом режиме образуется область точек, притягивающая фазовые траектории решений системы (1), к которой система движется быстро, но при попадании в неё движение замедляется. Указанное множество, называемое «руслom», и соответствует эволюционному поведению самоорганизованной из хаотического режима экономической системы. По-видимому, в этом случае имеет место реализация принципа Хакена о подчинении многих степеней свободы распределённой системы с помощью коллективизированного поведения одной степени свободы – параметру порядка. Этот режим предполагает быструю релаксацию степеней свободы, описываемых уравнениями для параметров y и z , так что они входят в первое и последнее уравнения системы (1) своими квазиравновесными значениями. В этом случае имеем из (1)

$$\begin{aligned} dx/dt &= \alpha_1 m + \alpha_2 x m + \alpha_3 m^2 + \alpha_4 x m^2 - \alpha_5 x - \alpha_6 x^2 \\ dm/dt &= \delta_1 x - \delta_2 m + \delta_3 x^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Рассмотрим стационарные решения системы уравнений (2), учитывающей инновационную деятельность при выполнении принципа подчинения Хакена. Имеются два стационарных ненулевых решения $x_{1,2}$ и $m_{1,2}$, кроме тривиального решения $x_3 = m_3 = 0$. Целью данной работы является описание фазовой диаграммы возможных структур коллективизированного поведения экономических систем. В математической модели этим коллективным движениям, понижающим энтропию системы, соответствуют на фазовой диаграмме: фокусы, узлы, предельные циклы, странные аттракторы. Отысканию этих структур и исследованию их взаимопревращений призван помочь бифуркационный анализ [2, 3].

Анализ корней характеристического уравнения укороченной системы (2) показывает, что при условии

$$\alpha_5 \delta_2 > \alpha_1 \delta_1 \quad (3)$$

в укороченной модели (2) существует единственное положительное стационарное состояние равновесия x_1, m_1 .

При выполнении условий для коэффициентов системы (2)

$$\begin{aligned} \alpha_5 \delta_2 &< \alpha_1 \delta_1, \\ \alpha_6 \delta_2^2 - \alpha_2 \delta_1 \delta_2 - \alpha_3 \delta_1 &> 0, \end{aligned} \quad (4)$$

в модели таких положений два. Коэффициенты характеристического уравнения σ, μ для исследования корней системы (2), определяющие границы раздела на фазовой диаграмме неустойчивых решений типа седло, устойчивых и неустойчивых решений типа узел, седло и предельных циклов имеют вид

$$\sigma = \alpha_2 m + \alpha_4 m^2 - \alpha_5 - 2\alpha_6 m - \delta_2, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mu &= -\alpha_2 \delta_2 m - \alpha_4 \delta_2 m^2 + \alpha_5 \delta_2 + 2\alpha_6 \delta_2 x - \alpha_1 \delta_1 - \\ &\quad - \alpha_2 \delta_1 x - 2\alpha_3 \delta_1 m - 2\alpha_4 \delta_1 x m. \end{aligned} \quad (6)$$

Соотношения (5), (6) показывают, что первое положительное стационарное состояние может быть устойчивым фокусом; устойчивым фокусом, который окружает неустойчивый предельный

цикл; неустойчивым фокусом, вокруг которого есть единственный предельный цикл; неустойчивым фокусом без цикла. При $\mu < 0$ все решения системы (2) – неустойчивые решения типа седло.

Второе положительное состояние равновесия при выполнении условия (4) для $\mu > 0$ всегда устойчиво и предельных циклов не имеет.

Для получения конкретных оптимальных управленческих решений необходима верификация моделей (1), (2), состоящая в нахождении констант этой системы уравнений по динамическим рядам параметров конкретного предприятия [4]. Это позволит не только построить динамическую модель инновационного развития предприятия с помощью изменения коэффициентов $\alpha_2, \alpha_4, \delta_3$ и других, но и определить конкретную область фазового пространства, в которой находится производство. Позволит определить наличие потенциально опасных соседних областей критических точек и принять оптимальные управленческие решения.

Литература

1. Колемаев В. А. Математическая экономика. М.: ЮНИТИ, 1998. 240 с.
2. Лебедев В. И. Математические модели синергетической экономики. Ставрополь: СевКавГТУ, СТИС (филиал) ЮРГУЭС, 2011. 220 с.
3. Лебедева И. В. Математические модели в исследовании и прогнозировании развивающихся экономических систем. Ставрополь: СТИС (филиал) ЮРГУЭС, 2008. 145 с.
4. Лебедев В. И., Трёхсекторная модель функционирования экономических систем // Вестник СевКавГТУ. Ставрополь. 2012. № 4. С. 21–24.