

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

УДК 681.3

**Калмыков Игорь Анатольевич, Саркисов Артем Брониславович,
Яковлева Екатерина Михайловна, Калмыков Максим Игоревич**

МОДУЛЯРНЫЙ СИСТОЛИЧЕСКИЙ ПРОЦЕССОР ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ С РЕКОНФИГУРИРУЕМОЙ СТРУКТУРОЙ

Рассмотрена систолическая модель, реализующая ортогональные преобразования сигналов в расширенных полях Галуа $GF(p^v)$ на основе полиномиальной системы классов вычетов. Доказана возможность использования модулярных кодов для повышения отказоустойчивости.

Ключевые слова: полиномиальная система классов вычетов, модулярные коды, отказоустойчивость, цифровая обработка сигналов.

**Kalmykov Igor Anatol'evich, Sarkisov Artem Bronislavovich,
Yakovleva Ekaterina Mihaylovna, Kalmikov Maksim Igorevich
MODULAR SYSTOLIC DIGITAL SIGNAL PROCESSOR
WITH RECONFIGURING THE STRUCTURE**

Computational systolic model for orthogonal signal transformation in extended Galois $GF(p^v)$ fields based on polynomial system of residue classes is examined. Modular codes' ability to increase fault-tolerant characteristics is proven.

Key word: polynomial system of residue classes, modular codes, fault-tolerant, digital signal processing.

Телекоммуникационные технологии, бурное развитие которых наблюдается в последние годы, предоставляют пользователям все новые возможности. Повысить эффективность таких технологий можно за счет широкого применения методов цифровой обработки сигналов (ЦОС). Возрастание требований к технико-экономическим характеристикам современных систем ЦОС, расширение областей использования и усиливающаяся тенденция к параллельным методам их организации привели к необходимости применения моделей цифровой обработки сигналов, обладающих свойством параллельно-конвейерной организации вычислений. Кроме того, такие модели должны обеспечивать функционирование вычислительного устройства даже в условиях возникновения отказов за счет снижения в допустимых пределах основных показателей качества.

Для решения задач, связанных с предоставлением таких услуг, как видео и речевая связь, системы видеоконференций, голосовая почта, как правило, используются ортогональные преобразования в поле комплексных чисел, т.е. на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ) [1–4]. Однако БПФ характеризуется относительно низкой надежностью функционирования спецпроцессоров (СП) ЦОС из-за наличия двух вычислительных трактов (для обработки действительных и мнимых частей). Кроме того, поворачивающие коэффициенты являются иррациональными числами, что снижает точность вычислений.

Данных недостатков лишены модели ЦОС, обладающие свойством кольца и поля. Особое место среди них занимают модели ортогональных преобразований сигналов в полиномиальной системе классов вычетов (ПСКВ). Применение ПСКВ позволяет свести операции в кольце полиномов к соответствующим операциям над остатками. В этом случае

$$|A(z) \otimes B(z)|_{p(z)}^+ = |\alpha_l(z) \otimes \beta_l(z)|_{p_l(z)}^+, \quad (1)$$

где $A(z) = (\alpha_1(z), \alpha_2(z), \dots, \alpha_n(z))$ и $B(z) = (\beta_1(z), \beta_2(z), \dots, \beta_n(z))$ – модулярный код в кольце полиномов; $\alpha_l(z) \equiv A(z) \bmod p_l(z)$; $\beta_l(z) \equiv B(z) \bmod p_l(z)$; $\otimes$ – операции сложения, вычитания и умножения в $GF(p)$; $l = 1, \dots, n$.

За счет гомоморфизма, порожденного китайской теоремой об остатках (КТО), можно организовать многомерную обработку сигналов с использованием ПСКВ, что позволит повысить скорость выполнения ортогональных преобразований сигналов [5–7]. Это обусловлено тем, что вычисления организуются в кольце полиномов $P(z)$, представляющем собой сумму локальных колец полиномов $P_l(z)$, образованных непри-

водимым полиномом $p_l(z)$ над полем $GF(p)$, где $l=1,2,\dots,n$, n – количество локальных колец. Тогда вычисления N спектральных составляющих на основе обобщенного ДПФ в кольце полиномов определяется

$$\begin{cases} X_l^k(z) = \sum_{m=0}^{N-l} x_l^m(z) \beta_l^{km}(z) \bmod p_l(z) \\ \vdots \\ X_n^k(z) = \sum_{m=0}^{N-l} x_n^m(z) \beta_n^{km}(z) \bmod p_n(z) \end{cases}, \quad (2)$$

где $\{X_l^k(z), x_l^m(z), \beta_l^{km}(z)\} \in P_l(z); k=0,1,\dots,N-l$.

Дальнейшее повышение скорости обработки информации возможно за счет систолических методов реализации [5, 6]. Параллельно-конвейерные вычислительные структуры систолического типа представляют собой множество однотипных, с точки зрения, функциональных возможностей процессорных элементов, называемых вычислительными ячейками (ВЯ). Основным принципом систолической системы является то, что все данные, регулярно и ритмически проходящие через массив ВЯ, используются многократно. Для этого все процессорные элементы соединены между собой посредством локальных связей. При этом каждая ВЯ соединена только с ближайшими соседними вычислительными ячейками для передачи данных.

Следует отметить, что систолический принцип вычисления наиболее удачно реализуется в полиномиальной системе классов вычетов. В работе [5] приведены примеры построения непозиционных систолических спецпроцессоров первичной обработки сигналов, функционирующих в полиномиальном классе вычетов.

Совмещение высокой производительности нетрадиционной полиномиальной арифметики и параллельно-конвейерной систолической организации вычислений позволяет осуществлять обработку сигналов в реальном масштабе времени, в частности, изображения. Известно, что цифровая обработка изображения требует выполнения двумерного ортогонального преобразования большого массива данных. Так обработка и анализ двумерного изображения размером 500×500 точек, при использовании окна размерностью 30×30 пикселей, требует порядка 200 000 000 операций для проведения одного цикла расчетов.

Решить проблему, связанную с обеспечением реального масштаба времени обработки, можно за счет применения ДПФ в кольце полином с использованием систолического принципа вычислений. Применение систолического принципа вычислений позволяет обеспечить соответствие структуры многомерных данных линейной структуре вычислительного устройства ЦОС. Представив исходные данные в виде матрицы X_N размером $N \times N$, запишем двумерное ДПФ в кольце полиномов следующим образом:

$$\begin{cases} C_N \bmod p_1(z) = ((X_N^1 E_N^1) E_N^1) \bmod p_1(z) \\ C_N \bmod p_2(z) = ((X_N^2 E_N^2) E_N^2) \bmod p_2(z) \\ \vdots \\ C_N \bmod p_n(z) = ((X_N^n E_N^n) E_N^n) \bmod p_n(z) \end{cases} \quad (3)$$

где $X_N^i = X_N \bmod p_i(z)$; $E_N^i = E_N \bmod p_i(z)$; E_N – матрица поворачивающих коэффициентов, образующих мультипликативную группу порядка N .

Из выражения (3) следует возможность использования параллельно-конвейерной процедуры двумерного ДПФ в кольце полиномов:

$$\begin{cases} |C^1|_{p_1(z)}^+ = \left| \sum_{l=1}^N |E_N X^l|_{p_1(z)}^+ \right|_{p_1(z)}^+ \\ |C^2|_{p_1(z)}^+ = \left| \sum_{l=1}^N |\beta^{l-1} |E_N X^l|_{p_1(z)}^+ |_{p_1(z)}^+ \right|_{p_1(z)}^+ \\ \vdots \\ |C^N|_{p_1(z)}^+ = \left| \sum_{l=1}^N |\beta^{l-1} \dots \beta^{l-1} |E_N X^l|_{p_1(z)}^+ |_{p_1(z)}^+ \right|_{p_1(z)}^+ \end{cases} \quad (4)$$

где $|C^l|_{p_i(z)}^+ = \left[|C_{l1}|_{p_i(z)}^+, \dots, |C_{lN}|_{p_i(z)}^+ \right]_{p_i(z)}^+$ и $|X^l|_{p_i(z)}^+ = \left[|x_{l1}|_{p_i(z)}^+, \dots, |x_{lN}|_{p_i(z)}^+ \right]_{p_i(z)}^+$ – транспонированное представление вектора конечных результатов ДПФ и построчного вектора входных данных по модулю $p_i(z)$.

Основным достоинством рассмотренной процедуры вычисления двумерного ДПФ в кольце полиномов является отсутствие в явной форме операции транспонирования матрицы промежуточных результатов, что позволяет в значительной степени повысить быстродействие процессора ЦОС.

Преобразования вида $\left| E_N X^l \right|_{p_i(z)}^+$, соответствующие выполнению одномерного ДПФ по строке матрицы исходных данных, осуществляется на первой систолической матрице. Данная матрица является чисто-систолической матрицей (ЧСМ) и содержит $N-1$ вычислительную ячейку, имеющую одинаковую структуру. Дополнительные вычисления, соответствующие выполнению преобразований Фурье по второй координате, выполняются с помощью второй систолической матрицы. Данная матрица относится к многоканальным систолическим матрицам (МСМ) с блоком сдвиговых регистров (БСР). Матрица МСМ содержит N вычислительных ячеек, имеющих однотипную структуру. Каждая ячейка МСМ содержит регистра Pr для хранения значений коэффициентов $W_3^{k-1} \bmod p_i(z) = \beta^{(k-1)j} \bmod p_i(z)$, взятых по модулю $p_i(z)$. Кроме того, в состав вычислительной ячейки входит модульный умножитель (Y_j) и модульный сумматор (C_j), $j=1, 2, \dots, N$. На рис. 1 представлена структура систолического СП двумерного ДПФ по модулю $p(z)=z^2+z+1$.

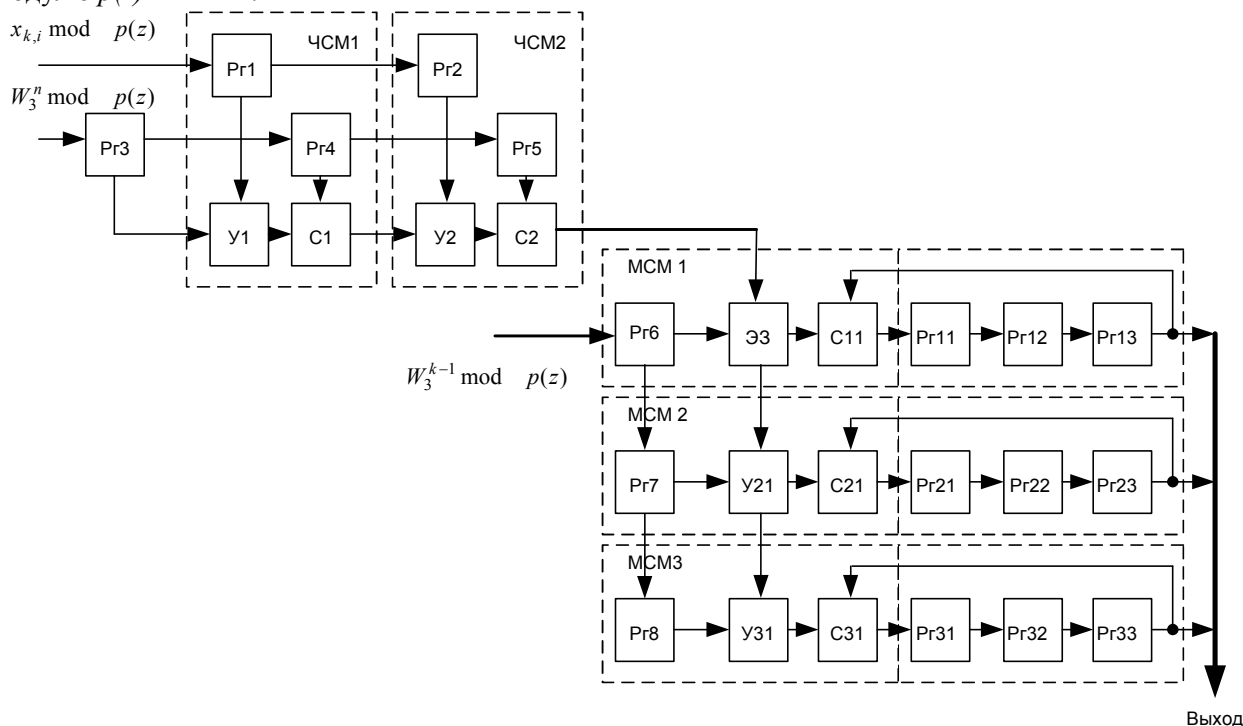


Рис. 1. Структура систолического СП для вычисления двумерного ДПФ по модулю $p(z)=z^2+z+1$

Проведенные исследования показали, что совмещение достоинств модульного представления данных с систолической обработкой позволили повысить скорость вычисления двумерного ДПФ на 11,9 % при использовании четырех модулей шестой степени по сравнению с реализацией цифровой обработки изображения на основе 24-разрядного СП БПФ.

Применение модулярного полиномиального кода позволяет не только повысить скорость обработки данных, но и обеспечить отказоустойчивость процессора, т.е. сохранять работоспособное состояние при возникновении последовательности отказов за счет снижения в допустимых пределах основных показателей качества функционирования [2, 7]. Это реализуется за счет реконфигурации структуры СП путем перераспределения вычислительной нагрузки между работоспособными вычислительными трактами.

Основным сдерживающим фактором широкого применения реконфигурации при построении отказоустойчивых спецпроцессоров, функционирующих в ПСКВ, является отсутствие эффективного алгоритма пересчета ортогональных базисов при постепенной деградации структуры вычислительного устройства, которые используются при обратном преобразовании из модулярного полиномиально-

го кода в позиционный двоичный код. Решить данную проблему можно за счет применения теорем, которые можно положить в основу алгоритма вычисления новых значений ортогональных базисов при отказе модулей.

Теорема 1. В полиномиальной системе классов вычетов с набором оснований $p_1(z), p_2(z), \dots, p_{k+r}(z)$, которые могут динамически меняться, значение j -го ортогонального базиса будет определяться:

$$B_j(z) = \beta_j^{l_j} \bmod p_j(z) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} p_i(z), \quad (5)$$

где $l_j(z) = -\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} l_i \bmod (\deg p_j(z) - 1) = \log_{p_j(z)} m_j(z)$ – индекс веса j -го ортогонального базиса;

$l_i(z) = \log_{p_i(z)} p_i(z)$ – индекс полинома $p_i(z)$; β_j – первообразный элемент по модулю $p_j(z)$.

Доказательство. Согласно китайской теореме об остатках значение ортогонального базиса определяется из условия

$$B_j(z) \equiv 1 \bmod p_j(z), \quad (6)$$

где $j = 1, 2, \dots, k+r$.

При этом ортогональный базис вычисляется

$$B_j(z) = m_j(z) P(z) / p_j(z) = m_j(z) M_j(z), \quad (7)$$

где $m_j(z)$ – вес j -го ортогонального базиса; $P(z) = \prod_{i=1}^{k+r} p_i(z)$ – полный диапазон оснований ПСКВ.

Известно, что для определения веса ортогонального базиса используют

$$m_j(z) \sigma_j(z) \equiv 1 \bmod p_j(z). \quad (8)$$

При этом значение

$$\sigma_j(z) = M_j(z) \bmod p_j(z). \quad (9)$$

Тогда на основе (8) и (9) можно сделать вывод, что

$$m_j(z) \equiv 1 / \sigma_j(z) \bmod p_j(z) = (\sigma_j(z))^{-1} \bmod p_j(z). \quad (10)$$

Тогда, используя первообразный элемент β_j мультипликативной группы, порожденной полиномом $p_j(z)$, представим последнее равенство в виде

$$\beta_j^{l_j} \equiv \beta_j^{-y_j} \bmod p_j(z), \quad (11)$$

где $y_j(z) = \log_{p_j(z)} \sigma_j(z)$ – индекс элемента группы $\sigma_j(z)$.

Но известно, что

$$\sigma_j(z) = (P(z) / p_j(z)) \bmod p_j(z) = \left(\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} p_i(z) \right)^{-1} \bmod p_j(z). \quad (12)$$

Тогда, используя свойство изоморфизма и выражение (12), получаем

$$l_j(z) = -\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} l_i \bmod (\deg p_j(z) - 1). \quad (13)$$

Теорема доказана.

Теорема 2. В избыточной ПСКВ с основаниями $p_1(z), p_2(z), \dots, p_{k+r}(z)$ при деградации по j -му модулю значение ортогональных базисов новой системы оснований будет определяться

$$B_i^j(z) = \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i, j}}^{k+r} p_l(z)^{-1} \right) \bmod p_i(z) \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i, j}}^{k+r} p_l(z). \quad (14)$$

Доказательство. Согласно китайской теореме об остатках значение ортогонального базиса определяется из условия (6). Упростив выражения (7–9), получаем, что

$$\delta_i(z) = \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^{k+r} p_l(z) \right) \bmod p_i(z). \quad (15)$$

Пусть системе оснований ПСКВ произошла деградация по j -му основанию. Тогда новая система содержит следующие модули $p_1(z), p_2(z), \dots, p_{j-1}(z), p_{j+1}(z), \dots, p_{k+r}(z)$. При этом полный диапазон новой деградируемой системы ПСКВ будет определяться как

$$P^j(z) = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^{k+r} p_l(z). \quad (16)$$

Тогда новые значения ортогональных базисов при $i \neq j$ определяются

$$B_i^j(z) = m_i^j(z) P^j(z) / p_i(z), \quad (17)$$

В этом случае значение веса ортогонального базиса в деградируемой системе оснований ПСКВ будет определяться как

$$m_i^j(z) \delta_i^j(z) \equiv 1 \bmod p_i(z). \quad (18)$$

Тогда имеем

$$\delta_i^j(z) = \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i, j}}^{k+r} p_l(z) \right) \bmod p_i(z). \quad (19)$$

Разделим обе части выражения (18) на равенство (19). Получаем

$$m_i^j(z) = \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i, j}}^{k+r} p_l(z)^{-1} \right) \bmod p_i(z). \quad (20)$$

Тогда значение ортогонального базиса в деградируемой ПСКВ определяется выражением (14).

Теорема доказана.

Данные теоремы положены в основу разработанного алгоритма реконфигурации структуры спецпроцессора ПСКВ. Для оценки эффективности разработанного алгоритма реконфигурации был проведен сравнительный анализ СП ПСКВ, реализующего этот алгоритм, с процессором, использующим корректирующие способности кодов ПСКВ, а так же с позиционным СП, имеющим троированную мажоритарную структуру. В качестве целевой функции был выбран показатель коэффициента запаса работоспособности, определяемый

$$\delta_a = H_a / N_a, \quad (21)$$

где H_a и N_a – число работоспособных состояний и общее число возможных состояний спецпроцессора и при возникновении $a=1, 2, \dots$ отказов.

Результаты исследования приведены на рис. 2.

Анализ графика показывает, что применение разработанного алгоритма реконфигурации позволяет сохранять работоспособное состояние СП ПСКВ с тремя контрольными основаниями даже при отказе трех вычислительных каналов, в то время как позиционный СП выходит из строя при втором отказе оборудования, а СП ПСКВ с коррекцией ошибки – при отказе третьего вычислительного канала.

Обобщая сказанное выше, можно сделать вывод о том, что совмещение особенностей модулярного избыточного кодирования в ПСКВ с

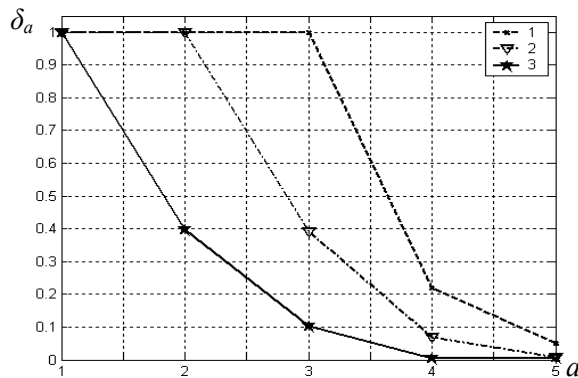


Рис. 2. Изменение коэффициента запаса работоспособности СП при накоплении отказов элементов $a = 1, 2, \dots$: 1 – СП ПСКВ с реконфигурируемой структурой; 2 – СП ПСКВ с коррекцией ошибки; 3 – СП ПСС с реализацией метода «2 из 3»

систолическими принципами организации ортогональных преобразований сигналов позволяет обеспечивать не только высокую скорость обработки данных, но и разрабатывать вычислительные устройства, обладающие свойствами устойчивости к последовательностям отказов и сбоев.

Литература

1. Червяков Н. И., Калмыков И. А., Галкина В. А., Щелкунова Ю. О., Шилов А. А. Элементы компьютерной математики и нейроинформатики / под ред. Н. И. Червякова. М.: Физматлит, 2003. 216 с.
2. Калмыков И. А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов / под ред. Н. И. Червякова. М.: Физматлит, 2005. 276 с.
3. Вариченко Л. В. Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов. Киев: Наукова думка, 1986. 247 с.
4. Калмыков И. А., Червяков Н. И., Щелкунова Ю. О., Бережной В. В. Математическая модель нейронных сетей для исследования ортогональных преобразований в расширенных полях Галуа // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2003. № 6. С. 61–68.
5. Калмыков И. А., Зиновьев А. В., Емарлукова Я. В. Высокоскоростные систолические отказоустойчивые процессоры цифровой обработки сигналов для инфотелекоммуникационных систем // Инфокоммуникационные технологии. 2009. № 2. С. 31–37.
6. Калмыков И. А., Хайватов А. Б. Математическая модель отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов // Инфокоммуникационные технологии. 2007. № 3. С. 39–42.

УДК 621.371.3: 621.396.96

**Пашинцев Владимир Петрович, Чипига Александр Федорович,
Лапина Мария Анатольевна, Хохлов Илья Евгеньевич**

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ В РАДИОКАНАЛАХ С ЗАМИРАНИЯМИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ВРАЩЕНИЙ

В статье разработан алгоритм расчета зависимости вероятности ошибки при разнесенном приеме от отношения сигнал/шум и коэффициента корреляции релейских замираний сигналов при большой кратности разнесения.

Ключевые слова: алгоритм расчета, вероятность ошибки, радиоканал, разнесенный некогерентный прием, корреляция замираний.

**Pashincev Vladimir Petrovich, Chipiga Alexander Fedorovich,
Lapina Maria Anatolevna, Hohlov Ilya Evgenievich**

THE ALGORITHM FOR CALCULATING THE PROBABILITY OF ERROR IN FADING RADIO CHANNELS USING THE METHOD OF ROTATION

The algorithm of calculating the dependence of the error probability of diversity reception of the signal-to-noise ratio and correlation coefficient rayleigh fading signals at high multiplicity of spacing.

Key words: algorithm, the probability of errors, radio channel, spaced incoherent reception, fading correlation.

В статье [1] разработана методика оценки помехоустойчивости систем связи при n -кратном разнесенном приеме сигналов при коррелированных релейских замираниях. В результате получены зависимости вероятности ошибочного приема от отношения сигнал/шум и коэффициента корреляции замираний в $n \geq 4$ ветвях разнесения. Однако полученные зависимости ограничены диапазоном изменения коэффициента корреляции замираний от 0,05 до 0,09, в то время как реальные значения этого коэффициента могут находиться в интервале от 0 до 1. Этот недостаток обусловлен тем, что для расчетов и графического отображения результатов использовался пакет MATLAB. Поэтому целесообразно разработать алгоритм, позволяющий получать указанные зависимости в требуемом интервале $[0;1]$. В работе [2] обоснована возможность разработки этого алгоритма на основе численного метода вращений.

Целью статьи является разработка алгоритма расчета вероятности ошибочного приема в зависимости от отношения сигнал/шум и коэффициента корреляции релейских замираний в $n \geq 4$ ветвях разнесения на основе метода вращений.