

схема удовлетворяет принципу максимума в предположении неизменности коэффициентов дифференциального уравнения. При выполнении (1.6) выполняется (1.5), значит, можно записать:

$$\begin{aligned} |\sigma_{i,j,k}^{n+1}| &\leq \left(1 - \frac{\Delta t}{h} b_{1i,j,k} - \frac{\Delta t}{h} b_{2i,j,k} - \frac{\Delta t}{h} b_{3i,j,k}\right) \max_{i,j,k} |\sigma_{i,j,k}^n| + \\ &+ \frac{\Delta t}{h} b_{1i,j,k} \max_{i,j,k} |\sigma_{i,j,k}^n| + \frac{\Delta t}{h} b_{2i,j,k} \max_{i,j,k} |\sigma_{i,j,k}^n| + \frac{\Delta t}{h} b_{3i,j,k} \max_{i,j,k} |\sigma_{i,j,k}^n| = \max_{i,j,k} |\sigma_{i,j,k}^n| = \|\sigma^n\|. \end{aligned}$$

Неравенство справедливо для всех  $n$ , следовательно, устойчивость имеет место. При этом условие устойчивости для произвольно ориентированных потоков есть

$$\tau \leq \frac{\min(m)h}{\max(\omega) \max\left(\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma}\right)}.$$

Численные эксперименты, выполненные рядом авторов, позволили сделать вывод о том, что устойчивость сохраняется, если шаг в системе явных разностных уравнений выбирать из условия

$$\max_{i,j,k} \{\sigma_{i,j,k}^{n+1} - \sigma_{i,j,k}^n\} \leq 10^{-2}.$$

Процесс решения системы уравнений организован следующим образом: на каждом временном слое определяется водонасыщенность при фиксированном давлении, затем находится давление на текущем слое с учетом найденного значения водонасыщенности, затем осуществляется переход к следующему временному шагу. Метод верхней релаксации для ускорения сходимости итераций неявной разностной схемы применяется для распараллеливания алгоритма в дальнейшем.

#### Литература

1. Басниев К. М., Власов А. М., Кочина И. Н. Подземная гидродинамика. М.: Наука, 1986. 303 с.
2. Коновалов А. Н. задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск: Наука, 1988.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 616 с.

УДК 537.9

**Диканский Юрий Иванович, Борисенко Олег Васильевич,  
Беджанян Марита Альбертовна**

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ ПЛОТНОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ЗАРЯДА СТРУИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ**

*Статья посвящена актуальной проблеме исследования поведения струй магнитной жидкости в электрическом и магнитном полях. Предложен метод расчёта величины плотности формирующегося на поверхности струй заряда, выдвинуто предположение о механизме его формирования.*

*Ключевые слова: магнитная жидкость, поверхностная плотность заряда.*

**Dikansky Yuriy Ivanovich, Borisenko Oleg Vasil'evich, Bedzhanyan Marita Albertovna**  
**DETERMINATION OF THE SURFACE DENSITY OF POLARIZATION CHARGE  
OF THE MAGNETIC FLUID JET IN UNIFORM ELECTRIC FIELD**

*The article is dedicated to an actual problem of the study of the behavior of the magnetic fluid jet in electrical and magnetic fields. A new method of calculation of value of density of the surface charge formed on the magnetic fluid jet surface is proposed; the hypothesis of surface charge formation mechanism is presented.*

*Key words: magnetic fluid, surface charge density.*

Исследованию поведения струй в силовых полях ранее уделялось внимание в ряде работ [1–3], при этом усиление интереса к таким исследованиям произошло после синтеза магнитных жидкостей, способных эффективно взаимодействовать как с электрическими, так и магнитными полями. Следует

отметить, что в большинстве работ в основном рассматривалось возникновение неустойчивости струйного течения и влияния на него внешних силовых полей. Вместе с тем интерес представляет и взаимодействие струй как в магнитном, так и в электрическом полях, исследованию особенностей которого и посвящена настоящая работа.

### Методика и техника эксперимента, образцы для исследования

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.

Однородное электрическое поле создавалось с помощью двух вертикально расположенных пластин 1, на которые подавалось высокое напряжение до 10 кВ. Однородное магнитное поле создавалось с помощью катушек Гельмгольца 2, расположенных так, что вектор напряжённости магнитного поля направлен перпендикулярно вектору напряжённости электрического поля. В пространство между пластинами на одинаковом расстоянии от каждой из них вводились две параллельные струи 3 магнитной жидкости, расстояние между которыми в отсутствии полей составляет 1 мм, диаметр струй 0,5 мм. В эксперименте использовались образцы магнитной жидкости на основе глицерина, керосина и вакуумного масла с магнитной восприимчивостью 1,6, 4 и 2,5 соответственно. Диэлектрическая проницаемость исследуемых образцов составляла 2,6, 1,18 и 1,17 соответственно. Скорость истечения струй регулировалась с помощью электродвигателя 6 путём перемещения поршня 4 вдоль резервуара 5 с магнитной жидкостью.

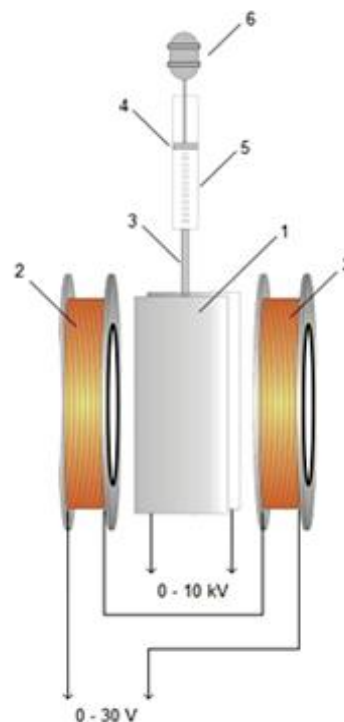


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

### Результаты эксперимента и их обсуждение

В ходе проведения эксперимента установлено, что при движении струй магнитной жидкости в плоскости, перпендикулярной направлению вектора напряжённости однородного электрического поля наблюдается отклонение струй от вертикали. При этом расстояние между струями возрастает. Такое поведение струй, по всей видимости, обусловлено взаимодействием зарядов, образующихся на поверхности струй под действием внешнего электрического поля.

При воздействии на те же струи внешнего однородного магнитного поля, направленного параллельно плоскости движения струй, наблюдается обратный эффект: струи также отклоняются от вертикального направления, но расстояние между ними сокращается, и при достаточно высокой напряжённости магнитного поля струи могут слиться в одну струю. Такое поведение магнитных струй может быть объяснено намагничиванием жидкости в соответствующем направлении.

При одновременном воздействии на струи взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей проявляются оба эффекта, и при определённом соотношении величин напряжённости электрического и магнитного полей наблюдается полная компенсация одного эффекта другим. При этом обе струи движутся параллельно друг другу, как в отсутствии полей.

На рис. 2 графически представлены соотношения напряжённостей магнитного и электрического полей в режиме компенсации для различных скоростей струй. Как следует из рисунка, в данном диапазоне скоростей характер исследуемой зависимости не меняется.

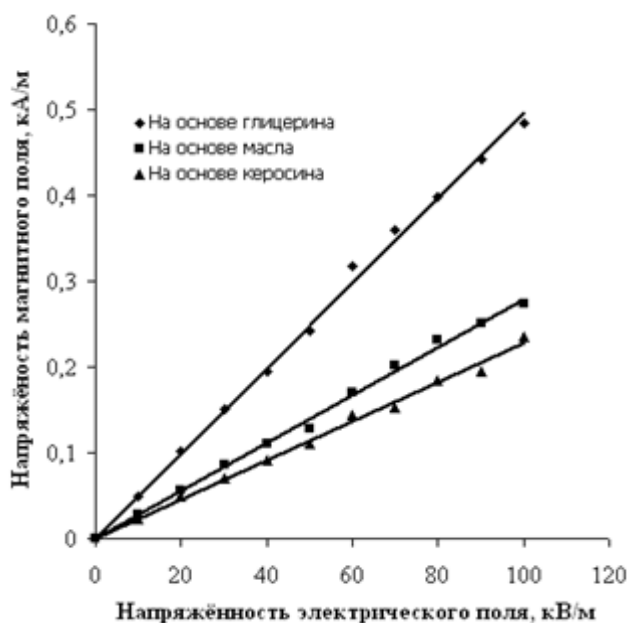


Рис. 2. Компенсационные кривые зависимости напряжённости магнитного поля от напряжённости электрического поля

Результаты проведённого эксперимента дают возможность определения величины поверхностной плотности заряда, формирующегося на поверхности струй в результате поляризации магнитной жидкости или перераспределения свободного заряда во внешнем электрическом поле.

Определим силу электрического взаимодействия струй. При воздействии на струю диэлектрической жидкости электрического поля, направленного перпендикулярно оси струи, она приобретает электрический момент, как вследствие процесса поляризации, так и перераспределения свободных зарядов. Поле однородно поляризованного цилиндра эквивалентно полю точечных диполей, непрерывно расположенных вдоль оси цилиндра и ориентированных перпендикулярно ей. Дипольный момент цилиндрического диэлектрического слоя, толщиной  $dz$  равен  $dp = P(\pi R^2 dz)$ . Напряженность электрического поля, создаваемого диполем, в точке с координатой  $x$ , равна

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dp}{r^3} = \frac{\pi R^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{P}{r^3}, \quad (1)$$

или с учетом того, что  $r = x / \cos \alpha$ ,  $z = x \operatorname{tg} \alpha$ ,  $dz = x d\alpha / \cos^2 \alpha$

$$dE_x = \frac{PR^2}{4\epsilon_0 x^2} \cos \alpha d\alpha. \quad (2)$$

Так как направления полей в выбранной точке  $x$  всех диполей одинаковы, то суммарное поле (собственное поле цилиндрической поляризованной струи) определится интегрированием:

$$E_x = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dE_x = \frac{PR^2}{2\epsilon_0 x^2}. \quad (3)$$

В случае расположения параллельно первой и второй струи, на каждый ее элемент  $dz$  действует сила

$$dF_x = P\pi R^2 dz \frac{dE_x}{dx},$$

а сила электрического взаимодействия струй

$$F_{эл} = \int_0^l dF = \frac{P^2 \pi R^4 l}{\epsilon_0 x^3}, \quad (4)$$

где  $l$  – длина струи.

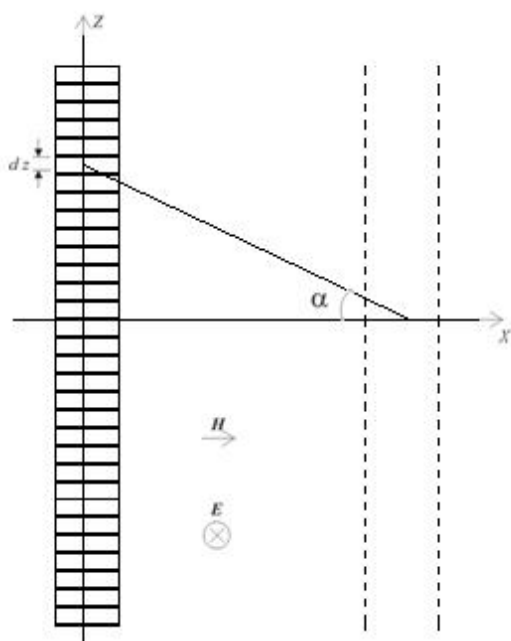


Рис. 3. К определению поверхностной плотности заряда

Аналогичным образом найдем силу магнитного взаимодействия струй. При этом поле, созданное намагниченной перпендикулярно ее оси струей, найдем, используя понятие скалярного магнитного потенциала. Потенциал, создаваемый элементом струи  $dz$ , обладающим дипольным магнитным моментом  $dm$  в точке с координатой  $x$  (рис. 3), определяется выражением

$$d\phi = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dm \cos \alpha}{r^2}, \quad (5)$$

которое, при учете того, что  $dm = M\pi R^2 dz$ ,  $r = x / \cos \alpha$ ,  $z = x \operatorname{tg} \alpha$ ,  $dz = x d\alpha / \cos^2 \alpha$  принимает вид:

$$d\phi = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M}{x} \cos \alpha d\alpha. \quad (6)$$

После суммирования потенциалов всех диполей, получим потенциал, создаваемой всей струей на расстоянии  $x$ :

$$\phi(x) = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\phi(x) = \frac{\mu_0 R^2}{2} \frac{M}{x}. \quad (7)$$

Магнитная индукция собственного поля намагниченной струи определится как

$$B_x = -\frac{d\varphi}{dx} = \frac{\mu_0 R^2}{2} \frac{M}{x}. \quad (8)$$

На каждый элемент второй струи, расположенной параллельно первой, действует сила

$$dF_m = M\pi R^2 dz \frac{dB_x}{dx},$$

а магнитная сила взаимодействия поперечно намагниченных струй

$$F_m = \int_0^l dF_m = -\frac{\mu_0 M^2 \pi R^4 l}{x^3}. \quad (9)$$

Очевидно, знак минус указывает на то, что она направлена противоположно  $x$ , это означает, что струи притягиваются. Условие компенсации электрической силы магнитной означает равенство их модулей, т. е.

$$\frac{\mu_0 M^2 \pi R^4 l}{x^3} = \frac{P^2 \pi R^4 l}{\varepsilon_0 x^3},$$

откуда

$$P = M\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}. \quad (10)$$

Как видим, условие компенсации имеет достаточно простой и ожидаемый вид. Оно позволяет определить поляризованность струи при известной намагниченности, которая может быть измерена с помощью независимого эксперимента. В нашем случае ее определение осуществлялось по кривой намагничивания, полученной с помощью баллистического метода и перестроенной с помощью компьютерного моделирования с учетом размагничивающего фактора вдоль направления, перпендикулярного оси цилиндрической струи. Поверхностная плотность заряда на цилиндрической поверхности распределена по закону  $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos\theta$  и ее значение в точках, где напряженность поля перпендикулярна, определяется величиной разрыва нормальной составляющей поляризованности, т.е.  $\sigma_0 = P_n$ . Таким образом, условие (10) позволяет определить поверхностную плотность заряда на поверхности струи, т. е.:

$$\sigma_0 = M\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}.$$

На рис. 4 представлены экспериментальные зависимости величины поверхностной плотности заряда от напряженности внешнего электрического поля. Как следует из рисунка, с ростом напряженности электрического поля величина поверхностной плотности заряда возрастает прямо пропорционально для всех исследованных образцов.

При этом максимальной плотностью поверхностного заряда в одном и том же электрическом поле обладают струи магнитной жидкости на основе глицерина, минимальный – образцы на основе вакуумного масла, что и следовало ожидать исходя из сопоставления диэлектрических проницаемостей исследуемых магнитных жидкостей. Вместе с тем полученные достаточно высокие значения поверхностной плотности заряда указывают на то, что в его формировании определяющую роль могут играть не процессы поляризации, а перераспреде-

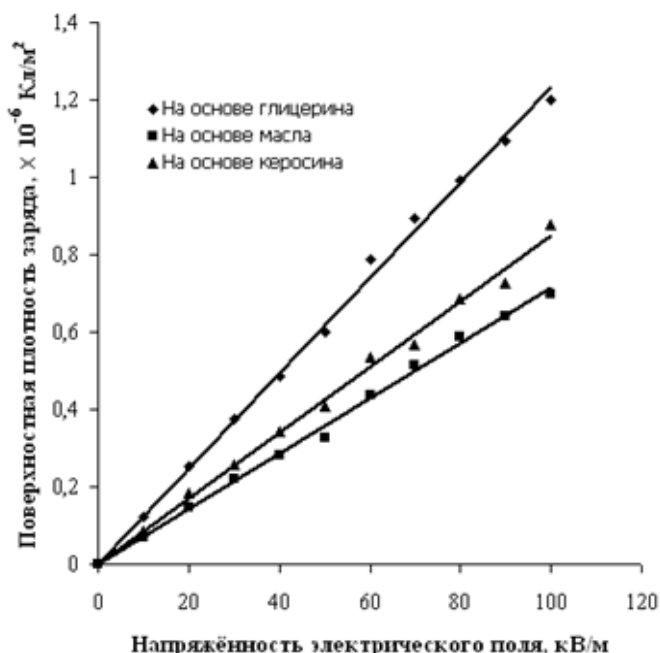


Рис. 4. Зависимость поверхностной плотности заряда от напряженности электрического поля

ние под воздействием поля свободного заряда, присутствующего в образцах (по крайней мере, в магнитных жидкостях на основе глицерина и керосина). Проверку выдвинутого предположения планируется провести в последующих исследованиях.

Таким образом, в работе экспериментально исследовано взаимодействие струй магнитной жидкости в электрическом и магнитном полях. Предложен метод расчёта величины плотности формирующегося на поверхности струй заряда, выдвинуто предположение о механизме его формирования.

#### Литература

1. Ширяева С. О. Электростатическая неустойчивость боковой поверхности струи вязкой жидкости с конечной электропроводностью в коллинеарном электростатическом поле // Журнал технической физики. 2011. Т. 81. Вып. 6.
2. Ширяева С. О. О капиллярной устойчивости цилиндрической струи диэлектрической жидкости в продольном электростатическом поле // Журнал технической физики. 2010. Т. 80. Вып. 2.
3. Абрамова К. Б., Русаков А. И., Самуилов С. Л., Семенов А. А. Разрушение электрическим током струи электропроводящей жидкости, находящейся в жидкой электропроводящей среде // Журнал технической физики. 1995. Т. 65. Вып. 11.

УДК 004.032.26+514.743.2

**Макоха Анатолий Николаевич, Тышляр Татьяна Евгеньевна**

## ПОСТРОЕНИЕ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ КЛАССИФИКАЦИИ ТОЧЕК ЛИНЕЙНОГО КОМПЛЕКСА ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ТИПА

*В статье проводится построение, обучение и тестирование искусственной нейронной сети (ИНС), предназначенной для определения принадлежности произвольной точки семимерного проективного комплексного пространства  $P_7$  многообразию особых точек первого рода для линейного комплекса плоскостей общего типа. Этот комплекс не имеет особых точек второго рода и не допускает вполне особых плоскостей.*

*Ключевые слова: тривектор, арифметическая характеристика тривектора, линейный комплекс плоскостей, многообразие особых точек, нейронная сеть прямого распространения.*

### **Makoha Anatoliy Nicolaevich, Tyshlyar Tatyana Evgenjevna** **CONSTRUCTION OF NEURAL NETWORKS FOR CLASSIFICATION POINTS OF LINEAR COMPLEX OF PLANES OF GENERAL TYPE**

*The work describes the construction, training and testing of an artificial neural network (ANN) designed for determining whether an arbitrary point a seven-dimensional projective complex space  $P_7$  belongs to the variety of singular points of the first kind for linear complex of planes of general type. This complex does not admit the singular points of the second kind and the completely singular planes.*

*Key words: trivector, arifmetic characteristic of trivector, linear complex of planes, the variety of singular points, the feedforward neural network.*

Вычислительные объемы тензорной алгебры в многомерных пространствах настолько велики, что ускорение выполнения тензорных операций требует их распараллеливания, например, с помощью искусственных нейронных сетей (НС) [8, 9].

В данной работе рассматривается построение НС для автоматизации процесса распознавания точек проективного пространства  $P_7$  над полем комплексных чисел для тривекторов общего типа на предмет их принадлежности к одному из двух видов: точки общего положения, особые точки 1-го рода. Каждому из этих видов точек был присвоен индекс 0 и 1 соответственно (ср. [1, 11, 12, 13]).

Классификацию тривекторов восьмого ранга (кососимметрических тензоров третьей валентности) над полем  $C$  комплексных чисел независимо друг от друга установили Гуревич [2] и Лонго [3, 4]. В основу классификации Гуревич положил введенные им арифметические инварианты  $\rho_k$  ( $k = 1, 2, \dots, s$ ) и