

УДК 681.533.34

Сидоренко Сергей Александрович, Герасимов Роман Валерьевич

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ДОЗИРОВАНИЯ ЖИДКОСТИ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

В статье разработана математическая модель системы с нелинейными характеристиками для ее дальнейшего использования при моделировании системы управления на базе искусственных нейронных сетей.

Ключевые слова: управление, математическая модель, нелинейные характеристики.

Sidorenko Sergey Aleksandrovich, Gerasimov Roman Valerievich
**DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE SYSTEM LIQUID WITH
NONLINEAR CHARACTERISTICS**

A mathematical model of the system with nonlinear characteristics for further use in the simulation control system on the basis of artificial neural networks.

Key words: management, mathematical model, the nonlinear characteristics.

Высокие показатели качества современных машин и агрегатов в машиностроении и других областях промышленности обуславливают все более острую необходимость применения интеллектуальных систем управления технологическими процессами.

Выполнению этой задачи подчинены работы по совершенствованию оборудования и использованию современных информационных технологий, обеспечивающих диагностирование, идентификацию состояния и оптимизацию режимов функционирования. При этом управление нелинейными системами по возможности сводится к линейным, для которых существует мощный и удобный математический аппарат, позволяющий проводить их анализ и синтез, однако, все эти методы ограниченно приемлемы для нелинейных систем, например, для систем управления и регулировки гидроприводов.

В данной работе рассматривается процесс регулирования нелинейной системы на примере процесса дозирования жидкости.

Одним из аспектов решения проблемы дозирования жидкости является анализ влияния расходных характеристик на процесс истечения.

Данная система имеет нелинейную зависимость расхода жидкости от положения управляющего элемента вследствие того, что несколько параметров изменяется нелинейно, например, площадь проходного сечения в регулирующем устройстве нелинейно зависит от изменения положения регулирующего элемента (задвижки, клапана и т. д.). Вследствие чего линейная аппроксимация передаточной функции системы управления приводит к неудовлетворительным результатам.

Результаты исследований показывают, что на характеристики истечения через отверстия в тонкой стенке оказывают влияние следующие факторы: напор жидкости над сливным отверстием H ; площадь отверстия $S_{пр}$; плотность ρ ; поверхностное натяжение σ ; вязкость жидкости η и режим прохождения потока жидкости через отверстие (ламинарный или же турбулентный) [1].

С целью реализации возможности управления процессом истечения жидкости при помощи искусственной нейронной сети разработана математическая модель данного процесса, в которой приняты следующие ограничения:

- в случае истечения жидкости из отверстия при атмосферном давлении фактор поверхностного натяжения играет несущественную роль;
- переход из ламинарного в турбулентный режим при истечении через отверстия и насадки происходит постепенно, без резкого изменения коэффициента расхода.

Одним из факторов, наиболее сильно влияющих на процесс истечения жидкости, является площадь проходного сечения. В рамках данной работы определена зависимость между площадью проходного сечения и положением регулирующего элемента.

В качестве регулирующего устройства в данной работе взят шаровой кран.

Для определения зависимости изменения площади проходного сечения от угла поворота сферы введены следующие ограничения:

- все поверхности имеют идеальные геометрическую форму и размеры;
- проходное сечение сводится к его проекции на плоскость;
- проходное сечение полностью определяет пропускную способность регулирующего устройства.

Как показано на рис. 1, для определения зависимости площади проходного сечения от угла поворота сферического диска необходимо рассмотреть шаровой кран в сечении, проведенном по оси симметрии корпуса и перпендикулярно к оси рукоятки.

Длина диска имеет соотношение с диаметром отверстия. Для регулятора со сферическим диском это соотношение равно:

$$L_{ш} = 1,1 D_{np}, \quad (1)$$

где D_{np} – диаметр отверстия в сфере; $L_{ш}$ – длина сферического диска.

Соотношение длины диска к диаметру проходного сечения определяется ГОСТ 9544-93 на шаровой кран со сферическим диском.

Для определения точки пересечения двух окружностей построим два треугольника ABC и BCD (рис. 2).

Треугольник ABC является равнобедренным, так как $AB = AC = 0,5 L_{ш}$. Рассмотрим треугольники ABD и ACD , данные треугольники равны по двум сторонам и углу между ними. Сторона AB равна стороне AC , сторона AD является общей стороной, угол $\angle BAD$ равен углу $\angle CAD$ и равен $\alpha/2$ из треугольника ABC .

Рассмотрим треугольник BCD , данный треугольник является равнобедренным, так как сторона BD равна стороне CD из условия равенства треугольников ABD и ACD . Следовательно, точка D принадлежит одновременно отрезкам BF , CE и находится под углом $\alpha/2$ к оси корпуса.

Определим отрезок CD , для этого рассмотрим треугольник ACD :

$$CD = AD \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

Откуда следует, что:

$$AD = \frac{CD}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{0,5 L_{ш}}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Тогда катет CD из теоремы Пифагора равен:

$$CD = \sqrt{\left(\frac{0,5 L_{ш}}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 - (0,5 L_{ш})^2}. \quad (2)$$

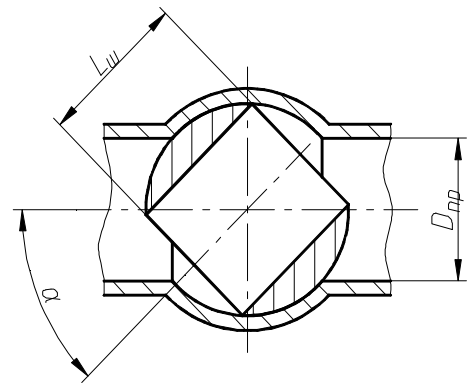


Рис. 1. Сечение шарового крана:
 D_{np} – диаметр отверстия в сфере;
 α – угол поворота сферического диска относительно оси корпуса; $L_{ш}$ – длина сферического диска

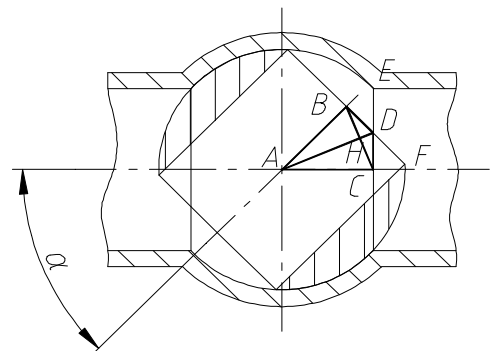


Рис. 2. Треугольники ABC и BCD

В дальнейшем вместо переменной CD используем переменную h . Переменная h является расстоянием, на котором расположена хорда относительно центра окружности, как показано на рис. 3.

Для определения длины хорды рассмотрим треугольник ACD , представленный на рис. 3. Из теоремы Пифагора следует:

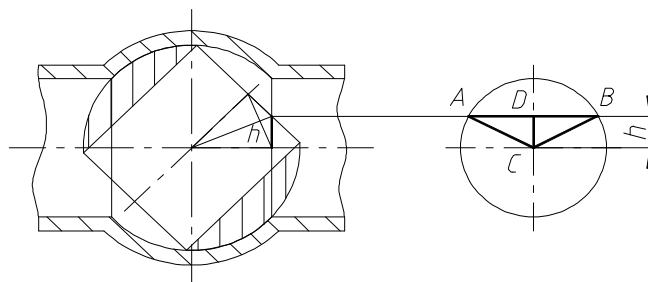


Рис. 3. Расположение хорды от центра окружности

$$AB = 2AD = 2\sqrt{AC^2 - CD^2} = 2\sqrt{\left(\frac{D_{np}}{2}\right)^2 - h^2}.$$

Определим угол $\angle ACD$:

$$CD = AC \cos \angle ACD,$$

$$\angle ACD = \arccos\left(\frac{CD}{AC}\right) = \arccos\left(\frac{2h}{D_{np}}\right).$$

Тогда угол $\angle ACB$ равен:

$$\angle ACB = 2\angle ACD.$$

Определим площадь сегмента:

$$S_{сез} = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \angle ACB - S_{\triangle ABC} = \frac{\pi D_{np}^2}{4 \cdot 360^\circ} \angle ACB - \frac{D_{np}^2 \sin \angle ACB}{8},$$

$$S_{сез} = \frac{D_{np}^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 2 \cdot \arccos\left(1, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)}{180} - \sin\left(2 \cdot \arccos\left(1, \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)\right) \right). \quad (3)$$

Площадь сегмента является составляющей площади проходного сечения. Второй составляющей проходного сечения принимаем половину эллипса, получаемого в результате проецирования сегмента на плоскость, перпендикулярную оси корпуса (рис. 4).

Площадь половины эллипса определяется по формуле:

$$S_{эл} = \frac{\pi ab}{2}, \quad (4)$$

где a – большая полуось; b – малая полуось.

Из рис. 3 и 4 видно, что в качестве большой полуоси можно принять половину хорды AB :

$$a = 0,5AB = AD,$$

следовательно:

$$a = \sqrt{\left(\frac{D_{np}}{2}\right)^2 - h^2} = \sqrt{\left(\frac{D_{np}}{2}\right)^2 - \left(\frac{0,5L_{ш}}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 - (0,5L_{ш})^2}. \quad (5)$$

Преобразуя формулу (5) и подставляя в нее значение длины сферического диска $L_{ш}$ из формулы (1), получим:

$$a = \sqrt{\left(\frac{D_{np}}{2}\right)^2 - h^2} = \sqrt{\left(\frac{D_{np}}{2}\right)^2 - \left(\frac{0,55D_{np}}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 - (0,5D_{np})^2}. \quad (6)$$

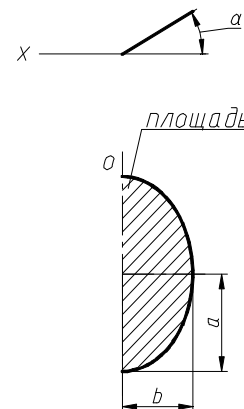


Рис. 4. Вторая составляющая сечения

В качестве малой полуоси используем зависимость:

$$b = \frac{(D_{np} - 2h) \cos \alpha}{2}, \quad (7)$$

подставляя в формулу (7) зависимость из формулы (2), получим:

$$b = \frac{\left(D_{np} - 2 \sqrt{\left(\frac{0,5L_u}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 - (0,5L_u)^2} \right) \cos \alpha}{2} = \frac{\left(D_{np} - 1,1D_{np} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \cos \alpha}{2}. \quad (8)$$

Подставляя в формулу (4) формулы (6) и (8), получим:

$$S_{эл} = \frac{\pi \sqrt{\left(\frac{D_{np}}{2} \right)^2 - \left(\frac{0,55D_{np}}{\cos\frac{\alpha}{2}} \right)^2 - (0,55D_{np})^2} \cdot \left(\left(D_{np} - 1,1D_{np} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \alpha \right)}{4}. \quad (9)$$

Площадь проходного сечения равна сумме площадей сегмента и половины эллипса:

$$S_{np} = S_{сег} + S_{эл}, \quad (10)$$

подставляя в формулу (10) формулы (3) и (9), получим:

$$S_{np} = \left(\frac{D_{np}^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 2 \cdot \arccos\left(1,1 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)}{180} - \sin\left(2 \cdot \arccos\left(1,1 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)\right) \right) \right) + \left(\pi \frac{\sqrt{\left(\frac{D_{np}}{2} \right)^2 - \left(\frac{0,55D_{np}}{\cos\frac{\alpha}{2}} \right)^2 - (0,55D_{np})^2} \cdot \left(\left(D_{np} - 1,1D_{np} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \alpha \right)}{4} \right), \quad (11)$$

где D_{np} – диаметр проходного отверстия шарового крана; α – угол поворота регулирующего элемента.

График зависимости площади проходного сечения от угла поворота диска шарового крана диаметром 20 миллиметров представлен на рис. 5.

После определения зависимости для проходного сечения задача сводится к определению скорости истечения и расхода жидкости.

Так, при истечении жидкости из горизонтального отверстия на дне сосуда (рис. 6) формула скорости будет иметь вид:

$$v = \sqrt{2gH}, \quad (12)$$

где g – ускорение свободного падения; H – напор жидкости над сливным отверстием.

При этом стоит отметить, что формула (12) будет справедлива только в том случае, если будет выполнено условие постоянства давления и стабильности уровня жидкости над отверстием. Данное условие выполнимо при избыточном поступлении жидкости в емкость и отводе лишней через специальные отверстия.

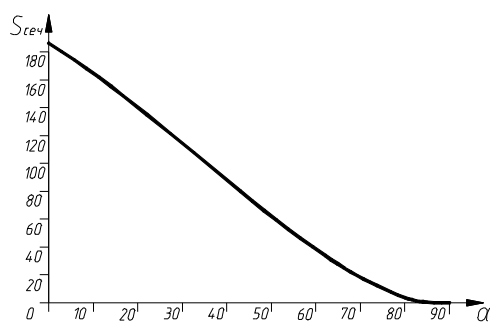


Рис. 5. График зависимости проходного сечения от угла поворота

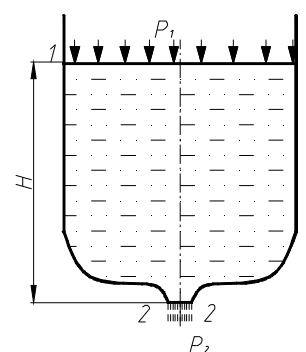


Рис. 6. Схема истечения жидкости

Зная скорость истечения и площадь проходного сечения, можно определить расход жидкости:

$$Q_T = vS_{np} = \sqrt{2gH} \cdot \left(\left(\frac{D_{np}^2}{8} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 2 \cdot \arccos\left(1, 1 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)}{180} - \sin\left(2 \cdot \arccos\left(1, 1 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)\right) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \pi \cdot \frac{\sqrt{\left(\left(\frac{D_{np}}{2}\right)^2 - \left(\frac{0,55 D_{np}}{\cos \frac{\alpha}{2}}\right)^2 - (0,55 D_{np})^2\right) \cdot \left(D_{np} - 1,1 D_{np} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos \alpha}}{4} \right) \right). \quad (13)$$

Действительное явление, наблюдаемое при истечении жидкости из отверстия, несколько отличается от рассмотренной схемы. При истечении реальной жидкости незначительны и потери напора при ее движении по сосуду, которые возрастают лишь при приближении к отверстию, в непосредственной близости от него и в самом отверстии. Также считается, что при истечении жидкости поперечное сечение струи при выходе из отверстия равно площади самого отверстия, а скорости отдельных элементарных струек в плоскости отверстия параллельны между собой. В действительности это наблюдается лишь в тех случаях, когда стенки сосуда имеют при подходе к отверстию плавные очертания. Во всех прочих случаях струя жидкости при истечении претерпевает изменения. Частицы жидкости в сечении отверстия движутся по непараллельным между собой траекториям, что обуславливает уменьшение площади поперечного сечения струи при выходе из отверстия [2]. В связи с этим действительный расход жидкости следует определять с учетом сжатия струи и действительной скорости истечения жидкости, а именно, вводя коэффициент расхода жидкости, который представляет собой отношение действительного расхода к теоретическому. Так как коэффициент расхода в каждом конкретном случае индивидуален, потому что данные по нему или отсутствуют или противоречат друг другу, то для определения коэффициента расхода необходимо провести экспериментальное исследование.

Методика определения коэффициента расхода является темой для отдельного рассмотрения.

Таким образом, в результате работы:

- разработана математическая модель системы с нелинейными характеристиками на примере процесса истечения жидкости;
- обоснована необходимость проведения экспериментального исследования для определения коэффициента расхода.

Разработанная математическая модель будет использована при создании управляющей системы дозирования жидкости на базе искусственной нейронной сети.

Литература

1. Гнедковский А. Н., Скобельцын Ю. А. Истечение жидкости через насадки при несовершенном сжатии // Изв. вузов. Нефть и газ. 1977. № 4. С. 73–77.
2. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. 2-е изд., пер. и доп. М.: Машиностроение, 1975. 560 с.