УДК 336.767.2

Караванов Алексей Сергеевич

СТРАТЕГИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА ЦЕНЫ АКЦИИ НА ФОНДОВОЙ БИРЖЕ

В работе раскрыт метод определения максимального числа с вероятностью более 1/3 из множества неизвестных чисел, поступающих последовательно без возможности возвращения к предыдущим. Данное исследование имеет прикладное значение для участников фондовых бирж, в частности, для определения максимальной цены акции в определенный промежуток времени для более выгодной ее продажи. Данная стратегия также может быть применена и для выбора минимальной цены (покупки) акции, что позволяет значительно увеличить финансовый результат от игры на фондовой бирже.

Ключевые слова: *фондовая биржа, теория вероятностей, стратегия оптимального выбора.*

Aleksey Karavanov

STRATEGY OF THE OPTIMAL CHOICE OF THE SHARE PRICE ON THE STOCK EXCHANGE

The paper discloses a method for determining the maximum number of with a probability of more than 1/3 of the plurality of unknown numbers arriving in sequence without the possibility of returning to the previous one. This study has practical value for the participants of the stock exchanges. For example, to determine the maximum share price for a certain period of time to more profitable its sales. This strategy can also be used to select the minimum price (purchase) of shares, which can significantly increase the financial result of the game in the stock exchange.

Key words: *Stock Exchange, probability theory, the strategy of the optimal choice.*

В условиях значительных изменений, происходящих в рыночной экономике, в период экономического кризиса, усложненного политической нестабильностью, наиболее остро встает вопрос научного осмысления как теоретических, так и практических основ функционирования фондового рынка.

На современном этапе развития российской экономики прикладные вопросы и аспекты деятельности фондового рынка крайне актуальны и имеют немалое значение для развития экономической мысли в России. Исследования автора показали, что по вопросам оптимального выбора цены акции на фондовом рынке между учеными и практиками-экономистами нет единства [1–5].

Цены на акции изменяются каждый день, и на них влияет множество внешних факторов, учесть которые одновременно невозможно. Таким образом, составить правдивый прогноз стоимости ценной бумаги на определенный период является достаточно сложной задачей.

В мировой практике существует множество стратегий по игре на фондовой бирже. Если покупать акции (портфель акций) по одной цене, а продавать их по более выгодной, то можно получить определенную прибыль. Однако сложным и проблемным вопросом является определение дня покупки акции.

Рассмотрим один из способов игры на фондовой бирже, который строится на теории вероятности. Это задача о нахождении максимального числа из нескольких невзаимосвязанных чисел. Смысл этого вопроса заключается в следующем: последовательно, по одному, поступает множество чисел, необходимо просматривать их, при этом надо дать ответ: является ли поступившее число максимальным или надо переходить к следующему?

Можно применять различные стратегии такого выбора. Например, выбирать наугад любое число из N предложенных. Тогда вероятность угадывания будет равна $1/N$, что дает очень низкий процент при большом количестве чисел.

Но существует стратегия оптимального выбора (далее СОВ), при которой вероятность определения максимального числа из N неизвестных всегда будет больше 1/3, независимо от количества чисел.

Основной смысл СОВ заключается в следующем:

- запоминаем первое число (в последствии – контрольное);
- затем, выбирая следующее число, руководствуемся правилом:
- если оно меньше контрольного, то продолжаем перебор чисел,
- если больше, то объявляем его максимальным.

Рассмотрим пример для 3 неизвестных чисел *a*, *b* и *c* (причем, $a > b > c$). При выборе максимального числа наугад совершенно очевидно, что вероятность удачи равна 1/3.

Теперь рассмотрим применение СОВ. Возможны 6 случаев очередности выбора чисел:

$a – b – c;$
$a – c – b;$
$b – a – c;$
$b – c – a;$
$c – a – b;$
$c – b – a.$

Исходя из основного смысла СОВ видно, что нам удовлетворяют три варианта выбора (3, 4 и 5), т. е. в этих случаях мы выберем максимальное число, а значит, решим поставленную задачу с вероятностью 1/2.

Теперь рассмотрим общую ситуацию, когда число значений равно *N*. Рассчитаем вероятность (P) выбора максимального числа. Возможны следующие варианты:

- контролируемое число является максимальным, тогда $P1 = 1/N \cdot 0$;
- максимальное – второе число, тогда $P2 = 1/N \cdot 1$;
- максимальное – третье число, а контролируемое больше второго числа, тогда $P3 = 1/N \cdot 1/2$ … и т. д.
- максимальное – последнее число, а контролируемое является пред максимальным, $P_N = 1/N \cdot 1/(N-1)$;

Тогда общая вероятность такого выбора равна:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P} &= \frac{1}{N}\cdot 0+\frac{1}{N}\cdot 1+\frac{1}{N}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{N}\cdot\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{N}\cdot\frac{1}{N-2}+\frac{1}{N}\cdot\frac{1}{N-1}= \\ &= \frac{1}{N}\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{N-2}+\frac{1}{N-1}\right)=\frac{1}{N}\cdot\sum_{i=1}^{N-1}\frac{1}{\boldsymbol{i}} \end{aligned} \tag{1}$$

В таком случае очевидно, что при большом количестве значений (*N*) вероятность определения максимального из них стремится к 0 ($P \to 0$).

Рассмотрев общую ситуацию не с тремя, а с множеством независимых чисел, мы приходим к тому, что с их увеличением необходимо повышать и количество контрольных чисел (k).

Аналогично доказательству формулы (1) выводим формулу, в которой будем рассматривать несколько *k*.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P} &= \frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot 0+\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\frac{1}{\boldsymbol{k}}+\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\frac{1}{\boldsymbol{k}+1}+\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\frac{1}{\boldsymbol{k}+2}+\ldots+\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\frac{1}{N-2}+\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\frac{1}{N-1}= \\ &= \frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\left(\frac{1}{\boldsymbol{k}}+\frac{1}{\boldsymbol{k}+1}+\frac{1}{\boldsymbol{k}+2}+\ldots+\frac{1}{N-2}+\frac{1}{N-1}\right)=\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\sum_{i=k}^{N-1}\frac{1}{\boldsymbol{i}} \end{aligned} \tag{2}$$

Далее формулу (2) можно преобразовать (упростить):

$$\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\sum_{i=k}^{N-1}\frac{1}{\boldsymbol{i}}=\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\left(\sum_{i=1}^{N-1}\frac{1}{\boldsymbol{i}}-\sum_{j=1}^{k-1}\frac{1}{\boldsymbol{j}}\right)=\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\left(\ln N-\frac{1}{N}-\ln\boldsymbol{k}+\frac{1}{\boldsymbol{k}}\right)=\frac{\boldsymbol{k}}{N}\cdot\left(\ln\frac{N}{\boldsymbol{k}}+\frac{1}{\boldsymbol{k}}-\frac{1}{N}\right) \tag{3}$$

Разницу $1/k$ и $1/N$ можно не учитывать, так как мы рассматриваем значительное количество чисел (N), а k зависит от N прямо пропорционально.

Окончательно получается следующая формула расчета вероятности:

$$P = \frac{k}{N} \cdot \ln\frac{N}{k} \tag{4}$$

Теперь необходимо определить зависимость k от N и найти формулу оптимального выбора k для нахождения максимального с наибольшей вероятностью. Для этого необходимо исследовать функцию

$$P(k) = \frac{k}{N} \cdot \ln\frac{N}{k}$$

на ее максимум при конкретном значении N, т. к. N – это количество чисел, которое нам известно.

$N, k \neq 0$, т. к. это противоречит смыслу задачи.

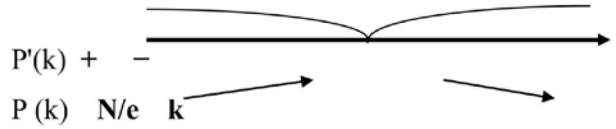
$$P'(k) = \left(\frac{k}{N} \cdot \ln\frac{N}{k}\right)' = \frac{1}{N} \cdot \ln\frac{N}{k} - \frac{k}{N} \cdot \frac{1}{k} = \frac{1}{N}\left(\ln\frac{N}{k} - 1\right)$$

$$P'(k) = 0 \iff \frac{1}{N} \cdot \left(\ln\frac{N}{k} - 1\right) = 0$$

$$\frac{1}{N} = 0 \text{ – решений нет;}$$

$$\ln\frac{N}{k} - 1 = 0 \Rightarrow \ln\frac{N}{k} = 1 \Rightarrow \frac{N}{k} = e \Rightarrow k = \frac{N}{e} \tag{5}$$

N/e – разбивает $(0; +\infty)$ на интервалы, в которых $P(k)$ монотонна и не обращается в ноль, а значит, сохраняет свой знак постоянно.



По признаку экстремума функции, N/e – точка максимума. Это значит, что при $k = N/e$ вероятность выбора максимального числа будет наибольшей.

Но надо учитывать, что k и N – целые числа, а e – экспонента. То есть число N/e будет попадать в интервал между двумя целыми числами, например, $k1$ и $k2$. Поэтому надо выбрать одно из них. Чтобы осуществить выбор, необходимо подставить $k1$ и $k2$ в формулу расчета вероятности (4) и сравнить полученные $P1$ и $P2$. При каком k вероятность будет выше, то и необходимо выбирать как контрольное.

Теперь найдем, чему будет равна вероятность, при $N \to \infty$. Для этого рассмотрим:

$$\lim_{N\to\infty}\left(\frac{k}{N} \cdot \ln\frac{N}{k}\right) \quad \textit{при} \quad k = \frac{N}{e} \tag{6}$$

$$\lim_{N\to\infty}\left(\frac{k}{N} \cdot \ln\frac{N}{k}\right) = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{e} \cdot \ln e\right) = \frac{1}{e} \tag{7}$$

Очевидно, что $1/e > 1/3$, тем самым нами доказана стратегия оптимального выбора, при которой вероятность определения максимального числа из N неизвестных всегда будет больше 1/3, неза-

висимо от количества чисел.

Теперь разберемся, как можно применять стратегию оптимального выбора на фондовой бирже. За количество чисел N будем брать количество дней в периоде (декада, месяц, квартал и т. п.), за который мы хотим продать свои акции. Соответственно, выбор максимального числа – это будет выбор наибольшей стоимости акции за выбранный период, т. е. день, когда необходимо эту акцию продать. Стоит отметить, что в качестве N можно выбирать не только дни, но и определенные промежутки времени (например, каждые 2 часа). Выбрав максимальную цену с помощью СОВ, можно продать акции (портфель акций) за максимальную цену с вероятностью более 1/3. Но при игре на фондовой бирже необходимо знать не только день продажи акций, но и день их покупки. Это возможно определить с помощью той же стратегии, но находя минимум. Смысл задачи и ее доказательство будут аналогичны, только при этом определяться будет минимальное число. Также с вероятностью более 1/3 можно покупать акции (портфель акций) по минимальной цене, что позволит снизить степень риска убытков.

Таким образом, используя стратегию оптимального выбора, мы получаем определенный алгоритм для игры на фондовой бирже, основанный исключительно на теории вероятности. Финансовый результат по такой стратегии (покупая по меньшей стоимости и продавая по большей) может значительно улучшиться, но нельзя забывать о множестве внешних факторов, которые влияют на ценообразование ценных бумаг.

Литература

1. Мэрфи Дж. Технический анализ фьючерсных рынков: теория и практика. М.: Изд-во: Альпина паблишер, 2015. 610 с.
2. Бердникова Т. Б. Прогнозирование экономического и социального развития. Белгород: БУПК, 1991. 23 с.
3. Бердникова Т. Б. Рынок ценных бумаг и биржевое дело: учебное пособие. М.: Инфра, 2002.
4. Плясунов В. С. Численные методы в математике и экономике. Ярославль, 2007.
5. Эрлих А. Технический анализ товарных и финансовых рынков. М.: Инфа-М, 1996.