

УДК 681.3

Калмыков Игорь Анатольевич, Дунин Андрей Валерьевич,
Калмыков Максим Игоревич, Гиш Татьяна Александровна,
Вельц Оксана Владимировна

МЕТОД КРУПНОМАСШТАБНОГО АНАЛИЗА СИГНАЛОВ В КОНЕЧНОМ ПОЛЕ ГАЛУА

Применение крупномасштабного анализа обеспечивает точную оценку сигнала как в спектральной, так и во временной областях. Представлен метод вейвлет-преобразования, реализованный в алгебраической системе, обладающей свойством кольца и поля.

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов, модулярные коды, вейвлет-преобразование, целочисленное преобразование Хаара.

Igor Kalmykov, Andrey Dudin, Maxim Kalmykov, Tatyana Gish, Oksana Weltz
METHOD FOR LARGE-SCALE ANALYSIS OF SIGNALS IN THE FINAL GALOIS FIELD

The use of large-scale analysis provides an accurate estimate of the signal both in the spectral and in the time domains. The item shows a method for wavelet transformation implemented in an algebraic system possessing the property of a ring and a field.

Key words: digital signal processing, modular codes, wavelet transformation, integer Haar transformation.

Расширение сфер применения методов цифровой обработки сигналов (ЦОС) во многом определяется прогрессом в области вычислительной техники, а также ускорением процесса информатизации современного общества. Для обеспечения реального масштаба времени ЦОС предлагается использовать алгебраические структуры, обладающие свойством кольца и поля. Так как основу большинства методов и алгоритмов цифровой обработки сигналов составляют операции сложения, вычитания и умножения, то повысить скорость их выполнения возможно за счет применения модулярных кодов (МК).

Очевидно, что применение модулярной арифметики позволит повысить эффективность дискретных вейвлет-преобразований сигналов, обеспечивая их с высокой точностью и скоростью. Поэтому разработка метода целочисленного крупномасштабного анализа сигналов, базирующегося на алгебраических структурах, обладающих свойством кольца и поля, является актуальной задачей.

Наиболее характерной особенностью последних лет является расширение областей применения модулярной арифметики. Проведенный анализ позволяет выделить наиболее перспективные направления, в которых наиболее ярко проявляются все достоинства непозиционных модулярных кодов.

Основу первого направления составляют классические методы и алгоритмы ЦОС, использующие ортогональные преобразования сигналов в поле комплексных чисел. Для обеспечения высокой скорости обработки сигналов в работах [1; 2] предлагается использовать систему остаточных классов (СОК). Следует отметить, что применение кодов СОК позволяет за счет введения дополнительных избыточных оснований повысить отказоустойчивость спецпроцессоров ЦОС [3; 4]. Для обеспечения высокой точности выполнения алгоритмов ЦОС в работах [5–7] предлагается использовать полиномиальную систему классов вычетов (ПСКВ). При этом снижение погрешности выполнения ортогональных преобразований сигналов обусловлено применением целочисленных алгебраических систем, обладающих свойством кольца и поля.

Второе направление применения алгебраических систем, обладающих свойством кольца и поля, связано с построением псевдослучайных функций (ПСФ) повышенной эффективности. Алгоритм вычисления такой функции, реализованной в конечном поле Галуа, приведен в [8]. В этом случае ее вычисление осуществляется

$$F((s_1, \dots, s_n, h), (x_1, \dots, x_n)) = g \left(\prod_{i=1}^n (s_i + x_i) \right)_{-1}, \quad (1)$$

где h – первообразный элемент мультипликативной группы; $(g, s_1, \dots, s_n)$ – ключи ПСФ, определяющие ее стойкость; $(x_1, \dots, x_n)$ – входная последовательность.

Проведенные исследования показали, что криптостойкость такой ПСФ соответствует сложности решения λ -DDH проблемы. В работах [9; 10] показана целесообразность реализации данной ПСФ в электронных коммерческих системах, а также при построении систем опознавания «свой – чужой», применяемых в сфере дистанционного управления экологически опасных технологий. Использование системы остаточных классов для разработки генератора псевдослучайных чисел на точках эллиптической кривой показано в работе [11].

В основу третьего направления можно положить методы и алгоритмы криптографической защиты информации, использующие непозиционную арифметику. Так, в работах [12; 13] показана целесообразность применения при реализации защиты информации от несанкционированного доступа (НСД) системы остаточных классов с использованием нейронных сетей. Анализ работ [14–16] показал, что применение мультипликативных операций по модулю и их комбинаций в полях Галуа позволяет повысить уровень криптозащиты, обеспечивая зашифрование потока информации в реальном масштабе времени.

В последнее время наблюдается тенденция использования модулярных кодов при проведении крупномасштабного анализа сигналов. Так в работах [17; 18] показана целесообразность использования модулярной арифметики при реализации дискретных вейвлет-преобразований (ДВП). Повышенный интерес к ДВП обусловлен тем, что такие ортогональные преобразования сигналов позволяют вычислить частотно-временные характеристики сигналов с меньшими погрешностями [19].

Рассмотрим проведение крупномасштабного анализа сигналов на основе дискретного вейвлет-преобразования Хаара, которое описывается в виде матриц

$$T = HFH^T, \quad (2)$$

где F – матрица сигнала; H – матрица преобразования; T – результат преобразования сигнала.

При построении матриц дискретного вейвлет-преобразования Хаара применяются базисные функции Хаара $h_k(z)$, для которых величина $z \in [0, 1]$ задана на непрерывном замкнутом интервале.

При $k = 0$, величина базисной функции задается как

$$h_0(z) = h_{00}(z) = (\sqrt{N})^{-1}. \quad (3)$$

Вычисление других базисных функций осуществляется

$$h_k(z) = h_{lq}(z) = \frac{2^{\frac{l}{2}}}{\sqrt{N}} \begin{cases} 1 & \text{при } \frac{q-1}{2^l} \leq z < \frac{q-0,5}{2^l} \\ -1 & \text{при } \frac{q-0,5}{2^l} \leq z < \frac{q}{2^l} \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}, \quad (4)$$

где q и l – значения определяемые индексом $k = 0, 1, \dots, N-1$; $N = 2^n$; $0 \leq z \leq 1$.

Пусть необходимо выполнить ДВП Хаара для входного вектора отсчетов, содержащего 8 точек. Тогда матрица преобразования имеет вид

$$H_8 = \frac{1}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

На основе анализ равенства (5) можно сделать вывод о возможности проведения преобразования Хаара с использованием конечного поля $GF(p)$, с характеристикой отличной от двух, т. е. где $p \uparrow 2$. Данный вывод базируется на возможности целочисленного вычисления $\sqrt{2} \bmod p$. Таким образом, существует возможность перехода от классического ДВП Хаара к вычислению вейвлет-преобразования Хаара в конечном поле. Такой переход должен обеспечить снижение погрешности вычислений благодаря отказу от использования иррациональных значений коэффициентов Хаара.

В качестве примера возьмем конечное поле Галуа, имеющего характеристику $p = 17$. Такой выбор обусловлен тем, что в данном поле существует $\sqrt{2} \bmod 17 \equiv 6$. Следовательно, нормирующий множитель ДВП Хаара в $GF(17)$ будет равен $(\sqrt{8})^{-1} \bmod 17 \equiv 10$. Тогда матрица, определяющая вейвлет-преобразования Хаара (5), примет вид

$$H_8 = 10 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 16 & 16 & 16 & 16 \\ 6 & 6 & 11 & 11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 6 & 11 & 11 \\ 2 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 15 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Проведем нормализацию матрицы (6). Это позволит сократить число мультипликативных операций с матрицей ДВП Хаара. Тогда в поле $GF(17)$ получаем

$$H_8^{\text{норм}} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 10 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 9 & 9 & 8 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 9 & 8 & 8 \\ 3 & 14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 14 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 14 \end{bmatrix} \quad (7)$$

При этом все требования, которые предъявляются к ДВП Хаара, в этой матрице выполняются в полной мере

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_{ij}(z) \equiv 0 \bmod p, \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_{ij}^2(z) \equiv 1 \bmod p, \quad (9)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} h_{ij}(z) h_{ab}(z) \equiv 0 \bmod p, \quad (10)$$

где $\forall i \neq a \text{ or } j \neq b$.

Рассмотрим пример реализации ДВП Хаара в конечно поле $GF(17)$. Пусть задана 8-точечная входная последовательность $X(i) = [1, 1, 4, 4, 0, 0, 0, 1]$. Проведем крупномасштабный анализ цифрового сигнала согласно выражению (2). При этом воспользуемся нормализованной матрицей Хаара в конечном поле, определяемой выражение (7).

$$W(i) = H_8^{\text{норм}} x(i) = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 10 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 9 & 9 & 8 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 9 & 8 & 8 \\ 3 & 14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 14 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 14 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Выполнение прямого преобразования Хаара в конечном поле Галуа для входного вектора-сигнала $X(i) = [1, 1, 4, 4, 0, 0, 0, 1]$ позволяет получить следующие составляющие

$$W_\phi(0,0) = \sum_{i=0}^7 x(i)\phi_{00}(i) = |10 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 10 \cdot 4 + 10 \cdot 4 + 10 \cdot 1|_{17}^+ = |110|_{17}^+ = 8$$

$$W_\psi(1,0) = \sum_{i=0}^7 x(i)\psi_{01}(i) = |10 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 7 \cdot 1|_{17}^+ = 5$$

$$W_\psi(2,0) = \sum_{i=0}^7 x(i)\psi_{2,0}(i) = |9 \cdot 1 + 9 \cdot 1 + 4 \cdot 8 + 4 \cdot 8|_{17}^+ = 14$$

$$W_\psi(2,1) = \sum_{i=0}^7 x(i)\psi_{2,1}(i) = |8 \cdot 1|_{17}^+ = 8$$

$$W_\psi(4,0) = \sum_{i=0}^7 x(i)\psi_{4,0}(i) = |3 \cdot 1 + 14 \cdot 1|_{17}^+ = 0$$

$$W_\psi(4,3) = \sum_{i=0}^7 x(i)\psi_{4,3}(i) = |3 \cdot 4 + 14 \cdot 4|_{17}^+ = 0$$

$$W_\psi(4,2) = \sum_{i=0}^7 x(i)\psi_{4,2}(i) = 0$$

$$W_\psi(4,1) = \sum_{i=0}^7 x(i)\psi_{4,1}(i) = |14 \cdot 1|_{17}^+ = 14$$

С использованием конечного поля Галуа GF(17) были получены значения ДВП Хаара, которые можно записать в виде следующей последовательности $W(i) = [8, 5, 14, 8, 0, 0, 0, 14]$. Значит, зная вычисленные эти значения

Полученные результаты, позволяют представить исходную последовательность в базисе ДВП Хаара

$$X(i) = |8\phi_{0,0} + 5\psi_{1,0} + 14\psi_{2,0} + 8\psi_{2,1} + 0\psi_{4,0} + 0\psi_{4,3} + 0\psi_{4,2} + 14\psi_{4,1}|_{17}^+, \quad (12)$$

Другими словами равенство (12) в базисе крупномасштабного преобразования представляется как

$$V_0 = W_\phi(0,0)\phi_{0,0} = 8\phi_{0,0}.$$

$$W_0 = W_\psi(1,0)\psi_{1,0} = 15\psi_{1,0}.$$

$$V_1 = V_0 \oplus W_0 = 8\phi_{0,0} + 15\psi_{1,0}.$$

$$W_1 = W_\psi(2,0)\psi_{2,0} + W_\psi(2,1)\psi_{2,1} = 14\psi_{2,0} + 8\psi_{2,1}.$$

$$V_2 = V_1 \oplus W_1 = (8\phi_{0,0} + 15\psi_{1,0}) + (14\psi_{2,0} + 8\psi_{2,1}).$$

$$W_2 = W_\psi(4,0)\psi_{4,0} + W_\psi(4,1)\psi_{4,1} + W_\psi(4,2)\psi_{4,2} + W_\psi(4,3)\psi_{4,3} = \\ = 0\psi_{4,0} + 0\psi_{4,1} + 0\psi_{4,2} + 14\psi_{4,3}$$

Тогда получаем следующее разложение

$$V_2 = V_2 \oplus W_2 = \{(8\phi_{0,0} + 15\psi_{1,0}) + (14\psi_{2,0} + 8\psi_{2,1})\} + \\ + \{0\psi_{4,0} + 0\psi_{4,1} + 0\psi_{4,2} + 14\psi_{4,3}\}$$

Характерной чертой любого ортогонального преобразования сигналов является его обратимость. Другими словами, результат реализации прямого преобразования входного вектора можно путем обратного преобразования восстановить в исходный сигнал. Воспользуемся свойством обратимости дискретного вейвлет-преобразования Хаара для проведения восстановления исходного сигнала. Осуществим процедуру обратного преобразования с целью восстановления исходного сигнала. С этой целью произведем транспонирование матрицы Хаара, которая была задана выражением (7). В этом случае результат матрицы H_8^T будет иметь следующий вид

$$H_8^T = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 9 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 9 & 0 & 14 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 8 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 8 & 0 & 0 & 14 & 0 & 0 \\ 10 & 7 & 0 & 9 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 10 & 7 & 0 & 9 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 10 & 7 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 14 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Используя данную матрицу, осуществим обратное преобразование. В качестве исходных данных воспользуемся следующим вектором

$$W(i) = [8, 5, 14, 8, 0, 0, 0, 14].$$

Тогда получаем

$$X(i) = H_8^T W(i) = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 9 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 9 & 0 & 14 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 8 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 8 & 0 & 0 & 14 & 0 & 0 \\ 10 & 7 & 0 & 9 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 10 & 7 & 0 & 9 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 10 & 7 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 14 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 14 \\ 8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 14 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

В этом случае имеем

$$X(0) = \sum_i W_\phi(i)\phi_{00}(x) + \sum_j W_\psi(i,j)\psi_{i,j} = |10 \cdot 8 + 10 \cdot 5 + 14 \cdot 9|_{17}^+ = |256|_{17}^+ = 1$$

$$X(1) = \sum_i W_\phi(i)\phi_{00}(x) + \sum_j W_\psi(i,j)\psi_{i,j} = |10 \cdot 8 + 10 \cdot 5 + 14 \cdot 9|_{17}^+ = |256|_{17}^+ = 1$$

$$X(2) = \sum_i W_\phi(i)\phi_{00}(x) + \sum_j W_\psi(i,j)\psi_{i,j} = |10 \cdot 8 + 10 \cdot 5 + 14 \cdot 8|_{17}^+ = |242|_{17}^+ = 4$$

$$X(3) = \sum_i W_\phi(i)\phi_{00}(x) + \sum_j W_\psi(i,j)\psi_{i,j} = |10 \cdot 8 + 10 \cdot 5 + 14 \cdot 8|_{17}^+ = |242|_{17}^+ = 4$$

$$X(4) = \sum_i W_\phi(i) \phi_{00}(x) + \sum_j W_\psi(i, j) \psi_{i, j} = |10 \cdot 8 + 7 \cdot 5 + 9 \cdot 8|_{17}^+ = |187|_{17}^+ = 0$$

$$X(5) = \sum_i W_\phi(i) \phi_{00}(x) + \sum_j W_\psi(i, j) \psi_{i, j} = |10 \cdot 8 + 7 \cdot 5 + 9 \cdot 8|_{17}^+ = |187|_{17}^+ = 0$$

$$X(6) = \sum_i W_\phi(i) \phi_{00}(x) + \sum_j W_\psi(i, j) \psi_{i, j} = |10 \cdot 8 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 8 + 14 \cdot 3|_{17}^+ = |221|_{17}^+ = 0$$

$$X(7) = \sum_i W_\phi(i) \phi_{00}(x) + \sum_j W_\psi(i, j) \psi_{i, j} = |10 \cdot 8 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 8 + 14 \cdot 14|_{17}^+ = |375|_{17}^+ = 1$$

В результате выполнения обратного дискретного вейвлет-преобразования в конечном поле был получен исходный входной вектор сигнала, который подвергался ДВП Хаара.

В результате проведенных исследований можно сделать следующий вывод. Преимущества разработанного метода крупномасштабного анализа сигналов в конечном поле Галуа очевидна. Реализация дискретного вейвлет-преобразования в алгебраических системах, обладающих свойством кольца и поля, обеспечивает повышение точности вычислений. Представленные в работе результаты показали, что применение модулярной арифметики позволило получить аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты разложения дискретных сигналов, у которых погрешность вычислений полностью сведена к нулю. Очевидно, что данный метод может быть использован при построении непозиционных спецпроцессоров ДПВ, которые будут способны осуществлять крупномасштабный анализ сигналов с максимальной точностью и быстродействием.

Литература

1. Червяков Н. И. Обобщенная вычислительная модель модулярного нейропроцессора цифровой обработки сигналов на основе программируемых логических интегральных схем // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2006. № 10. С. 37–40.
2. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейросетевых систем / Н. И. Червяков, П. А. Сахнюк, А. В. Шапошников, С. А. Ряднов; под ред. Н. И. Червякова. М.: Физматлит, 2003. 303 с.
3. Щелкунова Ю. О., Калмыков М. И., Гончаров П. С. Разработка методики построения непозиционного процессора с деградируемой структурой // Успехи современного естествознания. 2014. № 3. С. 124–130.
4. Стрижков Н. С., Калмыков М. И. Алгоритм преобразования из модулярного кода в полиадическую систему оснований для систем обнаружения и коррекции ошибок // Международный журнал экспериментального образования. 2014. № 3-1. С. 127–131.
5. Калмыков И. А., Саркисов А. Б., Макарова А. В. Технология цифровой обработки сигналов с использованием модулярного полиномиального кода // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. № 12 (149). С. 234–241.
6. Калмыков И. А., Калмыков М. И. Структурная организация параллельного спецпроцессора цифровой обработки сигналов, использующего модулярные код // Теория и техника радиосвязи. 2014. № 2. С. 60–66.
7. Калмыков И. А. Модулярный систолический процессор цифровой обработки сигналов с реконфигурируемой структурой / А. Б. Саркисов, Е. М. Яковлева, М. И. Калмыков // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. 2013. № 2 (35). С. 30–35.
8. Калмыков И. А., Дагаева О. И. Новые технологии защиты данных в электронных коммерческих системах на основе использования псевдослучайной функции // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2012. № 12 (137). С. 218–224.
9. Калмыков И. А. Расширение методов защиты систем электронной коммерции на основе модулярных алгебраических схем / А. Б. Саркисов, А. В. Макарова, М. И. Калмыков // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014. № 2 (151). С. 218–225.
10. Калмыков И. А. Алгоритм имитозащиты для систем удаленного мониторинга и управления критическими технология / О. В. Вельц, М. И. Калмыков, Д. О. Науменко // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014. № 2 (151). С. 181–187.

11. Червяков Н. И. Разработка генератора псевдослучайных чисел на точках эллиптических кривой в нейросетевом модулярном базисе / М. Г. Бабенко, А. А. Коляда, А. В. Лавриненко // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2014. № 9. С. 13–18.
12. Червяков Н. И. Нейронные сети в системах криптографической защиты информации / О. П. Малофей, А. В. Шапошников, В. В. Бондарь // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2007. № 2–3. С. 42–44.
13. Червяков Н. И. Применение искусственных нейронных сетей и систем остаточных классов в криптографии / А. А. Евдокимов, А. И. Галушкин, И. Н. Лавриненко, А. В. Лавриненко. М.: Физматлит, 2012.
14. Калмыков И. А. Системный подход к применению псевдослучайных функций в системах защиты информации / О. И. Дагаева, Д. В. Науменко, О. В. Вельц // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2013. № 12 (149). С. 228–234.
15. Калмыков И. А. Технология нелинейного шифрования данных в высокоскоростных сетях связи / Ю. А. Стрекалов, Ю. О. Щелкунова, О. А. Кихтенко, А. В. Барильская // Инфокоммуникационные технологии. 2010. Т. 8. № 2. С. 14–22.
16. Калмыков И. А. Криптографическая защита данных в информационных технологиях на базе непозиционных полиномиальных систем / А. Ф. Чипига, О. А. Кихтенко, А. В. Барильская // Известия ЮФУ Технические науки. 2009. Т. 100. № 11. С. 210–220.
17. Червяков Н. И., Чумаков Д. В., Мальцев Н. А. Применение нейронных сетей для реализации целочисленного вейвлет анализа сигналов, заданных конечным числом отсчетов-преобразований // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2008. № 1–2. С. 43–50.
18. Червяков Н. И., Чумаков Д. В., Лавриненко С. В. Нейросетевая реализация дискретных вейвлет-преобразований // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2008. № 1–2. С. 4–11.
19. Кравченко Д. А., Гапочкин А. В., Калмыков М. И. Крупномасштабная обработка сигналов на основе преобразования Хаара // Успехи современного естествознания. 2014. № 12-1. С. 126–131.