

Современный мир, как мы это все замечаем, идет по дороге индивидуализации большинства сфер жизни человека, в том числе и в отношении старости. Поэтому к вопросу финансового планирования своего пенсионного периода нужно подходить осознанно и с полной ответственностью, активно используя все возможные рычаги приумножения будущей пенсии, что в РФ практически осуществляют лишь единицы.

Литература

1. Соловьев А. К. Актуарный прогноз долгосрочного развития пенсионной системы России // Финансы, 2012. № 5.
2. Соловьев А. К. Преодоление дефицита пенсионной системы России // Финансы, 2011. № 8.
3. Соловьев А. К. Институциональные и макроэкономические аспекты долгосрочного развития пенсионной системы России // Финансы, 2013. № 7.
4. Соловьев А. К. Резервы повышения эффективности пенсионной системы // Финансы, 2013. № 3.
5. Бровчак С. В. Пенсионное обеспечение в Швейцарии // Финансы и кредит, 2010. № 22 (406).
6. Официальный сайт Пенсионного фонда Российской Федерации. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.pfrf.ru/>.
7. Пенсия по-европейски. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.vesti.ru/doc.html?id=1122190>.

УДК 001.891.573

Лебедев Виктор Иванович, Лебедева Инна Викторовна

МОДЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ФИНАНСОВОГО РЫНКА

В статье исследованы процессы в финансовом секторе экономики с помощью многосекторной модели. Предложена математическая модель эффективного управления макроэкономических систем при наличии финансовых кризисных явлений. Рассмотрены модели развития финансового сектора. Исследованы сценарии роста банковского капитала и банкротства.

Ключевые слова: модели финансовых рынков, регулярное и стохастическое развитие, банки, банкротство, антикризисное управление.

Lebedev Viktor I., Lebedeva Inna V.

MODELS OF FINANCIAL MARKET FUNCTIONING

The item provides a focus on various processes in the financial sector of economy seen through a multi-sector model. The author proposes a mathematical model for efficient management of macroeconomic systems in case of financial crisis phenomena. There is also a view on various models of financial sector development, as well as various scenarios analyzed regarding bank capital growth and bankruptcy.

Key words: financial market models, regular and stochastic development, banks, bankruptcy, anti-crisis management.

Модель рыночной макроэкономики представляет систему взаимодействующих трёх открытых рынков: рынка производства товаров, рынка трудовых ресурсов и финансового рынка. Стационарные рынки описывается кривыми спроса и предложения, пересечения которых определяют точки динамического равновесия параметров экономической системы. Отклонения от равновесия любого из рынков в этой модели считаются малыми и обсуждаются обычно лишь качественно. Для открытой неравновесной экономической системы необходимо совместное решение как минимум трёх дифференциальных уравнений описывающих поведение рынка производства товаров, рынка трудовых ресурсов и финансового рынка. Общее поведение модели открытой трёхсекторной модели функционирования экономической системы как системы дифференциальных уравнений для основных параметров секторов экономики рассмотрено ранее [1, 2, 3]. Прогнозирование поведения социально-экономических систем с помощью детерминированных моделей представлено так же в работе [4].

В рыночной экономике полагается, что субъекты социально-экономической системы являются открытыми и неравновесными, обмениваются информацией и проводят финансовые операции. Обмен информацией и энтропией с окружением может приводить к понижению энтропии в системе, что ведёт к появлению новых минимумов функций Ляпунова системы, появлению новых структур и структурным изменениям с образованием новых форм в организации и функционировании.

Иногда в системе возникает динамический хаос с последующей самоорганизацией новых оптимальных структур. Хаотическое поведение экономических параметров рынков вблизи точек экономических катастроф описывают в нелинейной динамике сложных систем странными аттракторами [1, 2]. Аттракторы в дальнейшем развитии превращаются в другие формы самоорганизации: в циклические колебания экономических параметров, показывают стремление фазовых траекторий систем в устойчивые или неустойчивые состояния типа узлов и фокусов. Математический анализ моделей проводится с помощью методов анализа: бифуркационный анализ, теория катастроф [1, 2].

Рассмотрим модель быстро релаксирующих рынков производства и трудовых ресурсов. Предположим, что медленно меняющимся со временем параметром является функция распределения капитала участников финансового рынка $x(t)$. В этом случае в дифференциальном уравнении для рынка капитала параметры производства и трудовых ресурсов будут входить как квазиравновесные параметры. Исследуем проявление деятельности активной части владельцев финансовых ресурсов на свободных финансовых рынках с целью эффективного оптимального менеджмента. Будем описывать распределение финансовых инструментов, используемых участниками рынка для приращения капитала функцией $y(t)$, которая даёт удельную характеристику способов работы на рынке капитала. Пусть функционирование финансового рынка осуществляется в некотором правовом законодательном поле, описываемом как внешнее поле $s(t)$, которое учитывает влияние волатильного рынка валют, меняющиеся налоги и правила применения финансовых инструментов законодателями, центробанком и т. д.

Математическую модель финансового сектора запишем в виде системы дифференциальных уравнений для параметров распределения капитала $x(t)$, распределение финансовых инструментов $y(t)$, используемых участниками рынка и внешнего поля условий функционирования $z(t)$

$$\begin{aligned} dx/dt &= -\alpha_1 x + \alpha_2 xy + \alpha_3 y^2 + \alpha_4 xy^2 + \alpha_5 y, \\ dy/dt &= -\beta_1 y + \beta_2 x - \beta_3 xz, \\ dz/dt &= -\gamma_1 z + \gamma_2 xy, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\alpha_1 x$ – непроизводственные расходы финансовой системы (личное потребление, социальные нужды), $\alpha_3 y^2$ – зарабатывание денег в структуре с эффективностью α_3 . Член $\alpha_5 y$ – вклад финансовых инструментов в приращение капитала, $\alpha_2 xy$ – организация прироста капитала, которая требует вложения средств с эффективностью α_2 , член $\alpha_4 xy^2$ даёт вклад капитала в планирование расходования средств на управленческую и исследовательскую деятельность с эффективностью α_4 . Член $\beta_2 x$ во втором уравнении системы (1) характеризует возрастание количества финансовых инструментов с ростом капитала, член $\beta_1 y$ описывает уменьшение количества финансовых инструментов при их малой эффективности, а член $\beta_3 xz$ описывает влияние изменений капитала и поля внешних условий на распределение инструментов финансового рынка. Член $\gamma_1 z$ в третьем уравнении системы (1) учитывает изменения в законодательстве и совершенствование налогов, член $\gamma_2 xy$ характеризует влияние распределения капитала и финансовых инструментов на внешнее поле.

Наряду с эволюционным «гладким» поведением модели (1) существует и область динамического хаоса в поведении её фазовой траектории. Действительно, при исчезающе малых коэффициентах модели (1) – $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_2$ мы переходим к математической модели Лоренца [1]. Эта модель в наиболее простой и изученной форме описывает процесс самоорганизации систем, находящихся в хаотическом состоянии [2]. Переходя к безразмерным параметрам в системе уравнений (1) приходим

к стандартной математической модели Лоренца, представляющей собой три дифференциальных уравнения: для параметра порядка (ПП) η – капитал, сопряжённого ему поля h – финансовые инструменты и параметра внешних воздействий или управляющего параметра – S ,

$$\begin{aligned}\tau_{\eta}\dot{\eta} &= -\eta + A_{\eta}h, \\ \tau_h\dot{h} &= -h + A_h\eta h, \\ \tau_s\dot{S} &= (S_e - S) - A_s\eta h,\end{aligned}\quad (2)$$

где A_{η}, A_h, A_s – безразмерные константы связи, S_e – стационарный внешний управляющий параметр, $\tau_{\eta} = \alpha_1^{-1}, \tau_h = \beta_1^{-1}, \tau_s = \gamma_1^{-1}$ – времена релаксации параметров модели. Исследуем динамику финансовой систем в области катастроф – при переходе в хаотический режим. Рассмотрим финансовый рынок в приближении стандартного синергетического подхода, учитывающего принцип подчинения всех степеней свободы выделенной степени свободы – ПП h и самоорганизации в новое состояние далее. При этом, временная зависимость сопряжённого поля и внешних параметров определяется изменением ПП: $h(t) = h(\eta(t))$ и $S(t) = S(\eta(t))$. В случае, когда параметр внешнего воздействия S меньше критического значения $S_c^{(-)} = (A_{\eta} A_h)$, есть экстремум решений в точке $\eta_0 = 0$ и упорядочения в системе из динамического хаоса не происходит. В закритической области при $S > S_c$ в минимуме функции Ляпунова система имеет ненулевой ПП

$$\eta_0^2 = \eta_m \left(\frac{S_e}{S_c} - 1 \right),$$

где $\eta_m^{-2} = A_s A_h$ и стационарное значение ПП растёт. В закритическом режиме образуется область точек, притягивающая фазовые траектории. Система быстро движется к ней и при попадании в неё движение замедляет. Указанное множество соответствует эволюционному поведению системы. Так происходит переход от хаоса за счёт самоорганизации в новое устойчивое состояние [1, 2].

В отсутствии сильного синергетического подчинения мод имеется область параметров α, β, γ , в которой возникают сложные квазипериодические движения как решения системы (2) типа многомерного тора в фазовом пространстве, с аттрактором, называемым «странный аттрактор». В этой области параметров модели финансовая система демонстрирует поведение типа динамического хаоса, напоминающего турбулентное движение при течении жидкости [1, 2]. Этот аттрактор получил название – аттрактор Лоренца и является наиболее изученной и популярной математической моделью, демонстрирующей поведение типа динамический хаос.

Что можно сделать, чтобы избежать хаотического поведения финансового сектора экономики, характеризующегося большой волатильностью курсов валют, акций и возможными скачкообразными изменениями параметров вблизи экономических катастроф? В этих условиях наблюдается существенный рост энтропии информационных процессов с соответствующим сужением горизонта прогнозирования событий. Непредсказуемость рынка ведёт к панике и дальнейшей турбулизации поведения финансовых систем.

Для перехода в новое квазистационарное состояние рынка необходимы стабилизирующие механизмы, переводящие систему в русло эволюционного развития. Для определения этих стабилизирующих механизмов рассмотрим более простую модель функционирования финансового сектора экономики (1), в которой будем полагать внешнее воздействие квазистационарным и его влиянием на процессы пренебрежём. Тогда математическая модель поведения финансового сектора может быть записана в виде

$$\begin{aligned}\partial x / \partial t &= -\alpha_1 x + \alpha_2 xy + \alpha_3 y^2 + \alpha_4 xy^2 + \alpha_5 y, \\ \partial y / \partial t &= -\beta_1 y + \beta_2 x.\end{aligned}\quad (3)$$

Коэффициенты α_i, β_i системы уравнений (3) определяют времена релаксации параметров x, y в режиме гладкой эволюции к квазиравновесным значениям, определяемым точками пересечения кривых спроса и предложения для капитала на финансовом рынке. Рассмотрим стационарные реше-

ния системы уравнений (3). Имеются два стационарных ненулевых решения $\tilde{x}_{1,2}$ и $\tilde{y}_{1,2}$, кроме тривиального решения $\tilde{x}_3 = \tilde{y}_3 = 0$. Анализ корней характеристического уравнения системы (3) показывает, что при условии

$$\alpha_1\beta_1 > \alpha_2\beta_2 \quad (4)$$

в модели (3) существует единственное положительное стационарное состояние равновесия (x_1, y_1) . При выполнении условий для коэффициентов

$$\begin{aligned} \alpha_1\beta_1 &< \alpha_5\beta_2, \\ \alpha_2\delta_1\delta_2 &< 0 \end{aligned} \quad (5)$$

в модели таких положений два. Коэффициенты характеристического уравнения σ, Δ получаемые при исследовании корней системы (3), определяют границы раздела на фазовой диаграмме неустойчивых решений типа седло, устойчивых и неустойчивых решений типа узел, седло и предельных циклов и имеют вид

$$\sigma = \alpha_2\tilde{y} + \alpha_4\tilde{y}^2 - \alpha_1 - \beta_1, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Delta = & -\alpha_2\beta_1\tilde{y} - \alpha_4\beta_1\tilde{y}^2 + \alpha_1\beta_1 - \alpha_5\beta_2 - \\ & -\alpha_2\beta_2\tilde{x} - 2\alpha_3\delta_2\tilde{y} - 2\alpha_4\beta_2\tilde{x}\tilde{y}. \end{aligned} \quad (7)$$

Соотношения (4), (5) показывают, что при $\Delta > 0$ первое положительное стационарное состояние может быть устойчивым фокусом; устойчивым фокусом, который окружает неустойчивый предельный цикл; неустойчивым фокусом, вокруг которого есть единственный предельный цикл; неустойчивым фокусом без цикла.

При $\Delta < 0$ все решения системы (3) – неустойчивые решения типа седло.

Второе положительное состояние равновесия при выполнении условия (4) для $\Delta > 0$ всегда устойчиво и предельных циклов не имеет.

Тривиальное равновесное положение может быть либо устойчивым фокусом, либо неустойчивым седлом.

Рассмотрим поведение финансовых систем при малом коэффициенте α_p , полагая связанные с ним нелинейные эффекты малыми. Можно показать, что в этой модели реализуются те же структуры, что и в модели, которая рассмотрена выше. Положения равновесия при этом имеют вид

$$\tilde{x} = (\alpha_1\beta_1^2 - \alpha_5\beta_1\beta_2) / (\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_3\beta_2^2), \quad (8)$$

$$\tilde{y} = \beta_2\tilde{x} / \beta_1. \quad (9)$$

При этом коэффициенты характеристического уравнения σ и Δ имеют вид соотношений (6) и (7), в которых нужно положить $\alpha_4 = 0$. При этом показатель Ляпунова определяется соотношением

$$\alpha = \pi\alpha_2\beta_1(\alpha_1\alpha_2 - \alpha_1^2\tilde{y} - \alpha_3\beta_2) / 4(\alpha_5 + \alpha_2\tilde{x} + 2\alpha_3\tilde{y})(\sqrt{\Delta})^3. \quad (10)$$

Можно показать, что урезанная модель (3) сохранит свою структуру аттракторов в фазовом пространстве. В состоянии равновесия (8), (9) имеется устойчивый фокус без цикла. Если фокус при определённых параметрах модели становится неустойчивым, то он имеет единственный предельный цикл. Этот цикл, может стать неустойчивым при определённых параметрах.

Равновесные положения (8), (9) могут быть неустойчивым фокусом без предельного цикла. Рассмотрим возможные режимы функционирования структур.

Все рассмотренные структуры реализуются при том условии, что положение равновесия является фокусом. Фокус возникает при условии $\Delta > 0$. Если при этом эффективность α_p возрастает, так что при этом Δ становится больше нуля, значительно возрастает накопление денег в финансовых структурах. Это ведёт к появлению новых структур, в том числе банков. Таким образом, банки появляются при бифуркации седла в фокус.

Если же эффективность накопления капитала α_1 падает, то может произойти обратная бифуркация из фокуса к седлу при $\Delta < 0$. Финансовая система становится неустойчивой, что приведёт к банкротству финансовых структур, в том числе банков.

Получение конкретных оптимальных управленческих решений связано с верификацией моделей (1), (3) состоящей в нахождении констант этой системы уравнений по динамическим рядам параметров конкретных систем. Это позволит определить конкретную область фазового пространства, в которой находится финансовая система, построить динамическую модель развития экономики. Модель позволяет определить наличие потенциально опасных соседних областей, критических точек и принять оптимальные управленческие решения, меняя коэффициенты модели.

Наибольшее влияние на структуру и поведение финансовых систем имеет коэффициент эффективности накопления капитала. Если эффективность α_1 начинает уменьшаться, то коэффициент Δ , опережаемый соотношением (7), может стать отрицательным и произойдёт бифуркация в поведении системы от фокуса к седлу. При этом система становится неустойчивой, что ведёт к банкротствам финансовых структур.

В моделях (1), (3) возможно проследить за механизмом возникновения ростовщичества, то есть механизм обогащения финансовых структур за счёт вкладов под проценты. Он возможен при накоплении значительного капитала и при бифуркации траектории от седла к фокусу. Таким образом рассматриваемые модели могут не только объяснить условия возникновения и банкротства финансовых структур, но и описать особенности поведения вблизи точек финансовых катастроф (бифуркаций). Благодаря моделированию появляется возможность прогнозирования и управления поведением финансовых структур.

Литература

1. Лебедев В. И., Лебедева И. В. Математические модели синергетической экономики. Ставрополь: Сев-КавГТУ, СТИС (филиал) ЮРГУЭС, 2011. 220 с.
2. Лебедев В. И., Лебедева И. В. Модели синергетической экономики. Монография. Saarsbrucken, Deutschland: Palamarium academic publishing, 2014. 220 p
3. Лебедева И. В., Лебедева И. В. Математические модели функционирования предприятий, участвующих в инновационной деятельности // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. Ставрополь. 2013. № 6(39). С. 15–18.
4. Мараховский А. С., Ширяева Н. В., Таточенко Т. В. Математическое моделирование оптимального управления в социально-экономических системах // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. Ставрополь. 2014. № 2 (41). С. 374–279.